

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования

“Тульский государственный университет”

Кафедра “Строительство, строительные материалы и конструкции”

**Расчет многопролетной
статически определимой балки**

Выполнил
студент гр.

Преподаватель

Тула 2014

Дано:

– расчетная схема – 28; $k=2,5a$; $l=3a$; $m=2a$; $n=2a$. Необходимо провести полный кинематический анализ; построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил, а также линии влияния опорных реакций Y_A , Y_B и внутренних усилий M_S и Q_S ; сравнить результаты, вычисленные по линиям влияния и аналитическим способом.

(28)

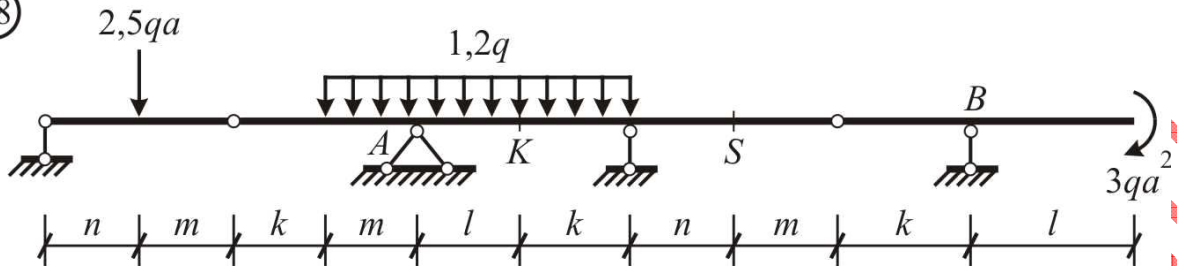


Рис. 1. Заданная расчетная схема

Решение.

Многопролетная статически определимая балка представляет собой геометрически неизменяемую систему, состоящую из ряда простых однопролетных балок, соединенных между собой определенным образом.

1. Проведение кинематического анализа заданной расчетной схемы

1.1. Количественный кинематический анализ

Для проведения полного кинематического анализа заданной расчетной схемы (ЗРС) заменяем опорные связи их шарнирно-стержневым аналогом и выполняем нумерацию узлов с внутренними и внешними связями (рис. 2).

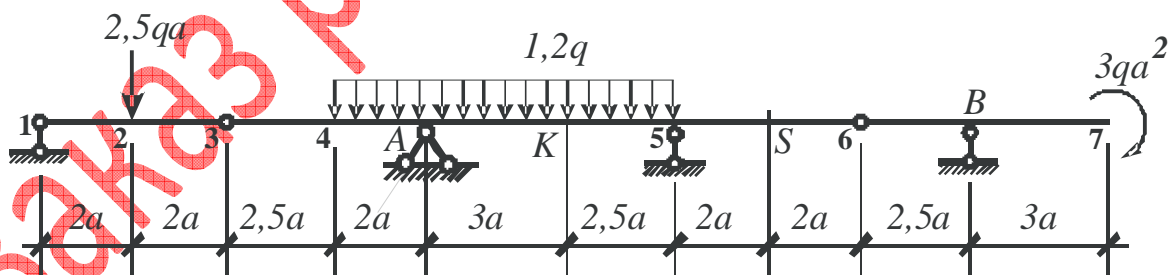


Рис. 2

Изм	Лист	№ докум.	Подпись	Дата				
Разраб.						Лит	Лист	Листов
Проверил						у	2	
						ТулГУ, гр.		

Степень статической неопределимости ЗРС определим по формуле:

$W = 3D - 2Ш^{(1)} - C_0$, здесь число жестких дисков (стержней) системы: $D = 3$ (1-2-3; 3-4-А-К-5-6; 6-В-7); число простых шарниров, объединяющих жесткие диски системы: $Ш^{(1)} = 2$ (в т. 3 и 6 - шарниры по моменту); число опорных стержней: $C_0 = 5$ ($C_0^1 = 1$; $C_0^A = 2$; $C_0^5 = 1$; $C_0^B = 1$).

Таким образом, $W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 5 = 9 - 4 - 5 = 0 \Rightarrow$ ЗРС статически определима.

1.1. Качественный кинематический анализ.

Заключается в создании поэтажной схемы (рис. 3), позволяющей разбить сложную многопролетную балку на элементарные однопролетные геометрически неизменяемые балки.

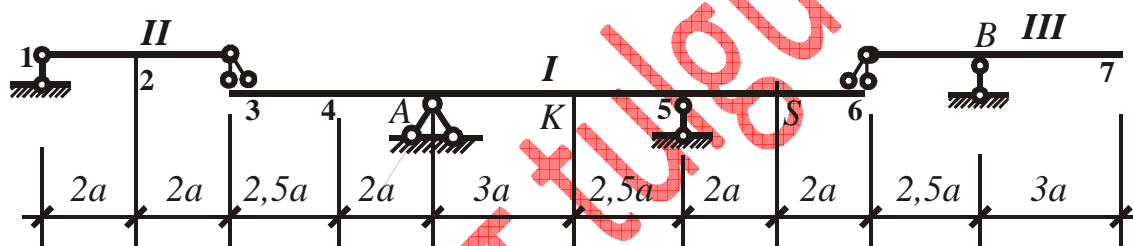


Рис. 3. Поэтажная схема

- 1 этаж составляет балка 3-4-А-К-5-6, непосредственно опирающиеся на землю;
- 2 этаж составляют балки 1-2-3; 6-В-7.

Геометрическая неизменяемость балок на каждом этаже обеспечивается наличием шарнирно-стержневых треугольников (ШСТ), образованных связями, наложенными на диски (рис. 4). Таким образом, ЗРС геометрически неизменяема.

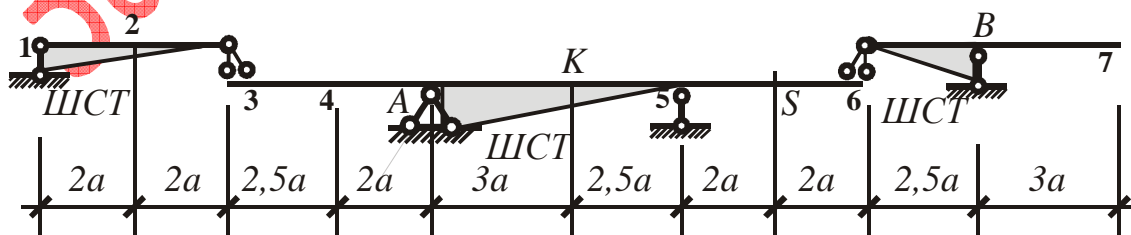


Рис. 4

Разраб.					лист
Группа					
Проверил					

2. Порядок расчета заданной расчетной схемы. Построение эпюры изгибающих моментов

Расчет начинаем с верхнего этажа, диск 6-В-7.

1) Определяем опорные реакции:

$$\sum \text{mom}_6 = 0;$$

$$\sum \text{mom}_6 = Y_B \cdot 2,5a - 3qa^2 = 0.$$

$$Y_B = \frac{3qa^2}{2,5a} = 1,2qa.$$

$$\sum \text{mom}_B = 0;$$

$$\cdot \sum \text{mom}_B = -Y_6 \cdot 2,5a - 3qa^2 = 0;$$

$$Y_6 = \frac{-3qa^2}{2,5a} = -1,2qa.$$

Проверка: $\sum Y = 0;$

$$Y_6 + Y_B = -1,2qa + 1,2qa = 0$$

Вычисляем значения изгибающего момента. Будем использовать обозначения:

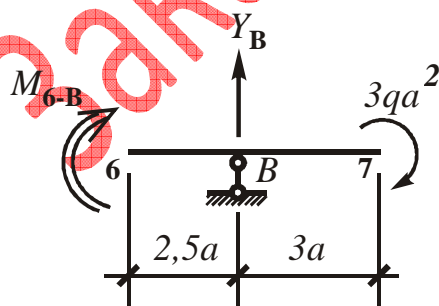
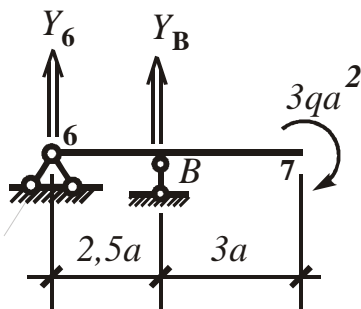
«РВ/В» - «растянутые волокна – верхние»; «РВ/Н» - «растянутые волокна – нижние».

2)

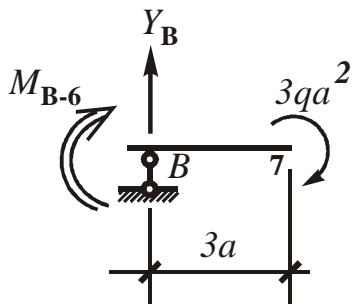
$$2) \sum \text{mom}_6 = 0;$$

$$\sum \text{mom}_6 = -M_{6-B} - 3qa^2 + Y_B \cdot 2,5a = 0.$$

$$\Rightarrow M_{6-B} = -3qa^2 + 1,2qa \cdot 2,5a = 0.$$



3)

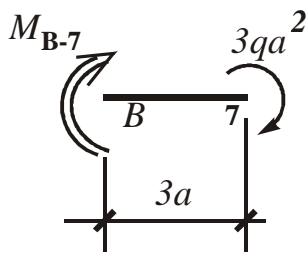


$$3) \sum \text{mom}_B = 0;$$

$$\sum \text{mom}_B = -M_{B-6} - 3qa^2 + Y_B \cdot 0 = 0.$$

$$\Rightarrow M_{B-6} = -3qa^2 \text{ (PB/B)}$$

4)

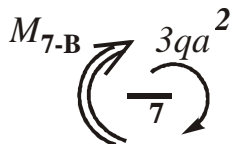


$$4) \sum \text{mom}_B = 0;$$

$$\sum \text{mom}_B = -M_{B-7} - 3qa^2 = 0.$$

$$\Rightarrow M_{B-7} = -3qa^2 \text{ (PB/B)}$$

5)

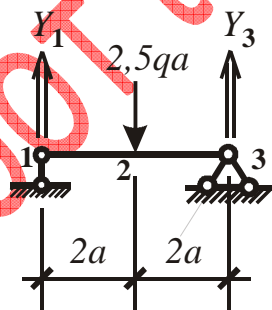


$$5) \sum \text{mom}_7 = 0;$$

$$\sum \text{mom}_7 = -M_{7-B} - qa^2 = 0.$$

$$\Rightarrow M_{7-B} = -qa^2 \text{ (PB/B)}$$

Рассмотрим диск 1-2-3. Определяем опорные реакции.



$$\sum \text{mom}_1 = 0; \quad \sum \text{mom}_1 = Y_3 \cdot 4a - 2.5a \cdot 2qa = 0; \Rightarrow Y_3 = \frac{5}{4} qa = 1.25qa.$$

$$\sum \text{mom}_3 = 0; \quad \sum \text{mom}_3 = -Y_1 \cdot 4a + 2.5qa \cdot 2a = 0; \quad Y_1 = \frac{5}{4} qa = 1.25qa.$$

Проверка: $\sum Y = 0; \quad Y_1 - 2.5qa + Y_3 = 1.25qa - 2.5qa + 1.25qa = 0.$

Вычисляем значения изгибающего момента.

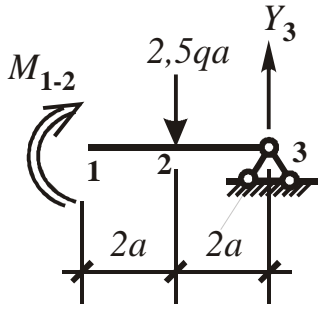
Разраб.

Группа

Проверил

лист

1)

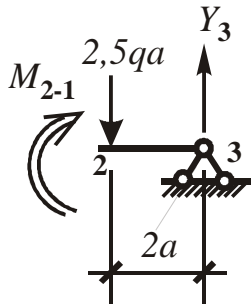


$$1) \sum mom_1 = 0;$$

$$\sum mom_1 = Y_3 \cdot 4a - 2,5qa \cdot 2a - M_{1-2} = 0;$$

$$M_{1-2} = 5qa^2 - 5qa^2 = 0.$$

2)



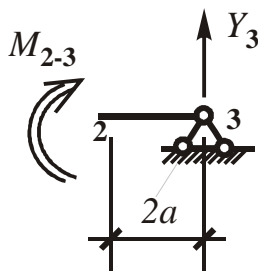
$$2) \sum mom_2 = 0;$$

$$\sum mom_2 = Y_3 \cdot 2a - 2,5qa \cdot 0 - M_{2-1} = 0;$$

$$M_{2-1} = 2,5qa^2.$$

(PB/H).

3)



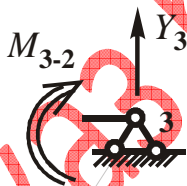
$$3) \sum mom_2 = 0;$$

$$\sum mom_2 = Y_3 \cdot 2a - M_{2-3} = 0;$$

$$M_{2-3} = 2,5qa^2.$$

(PB/H).

4)

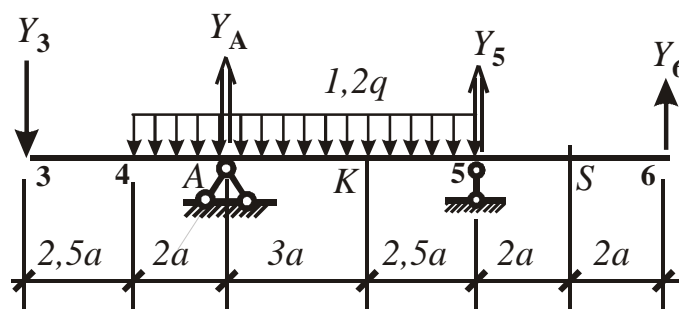


$$4) \sum mom_3 = 0;$$

$$\sum mom_3 = Y_3 \cdot 0 - M_{3-2} = 0;$$

$$M_{3-2} = 0.$$

Рассмотрим 1 этаж, образованный диском 2-3-К-В-5.



Разраб.

Группа

Проверил

лист

Определяем опорные реакции;

$$\sum \text{mom}_A = 0; \quad \sum \text{mom}_A = Y_5 \cdot 5,5a - 1,2q \cdot 7,5a \cdot 1,75a + Y_3 \cdot 4,5a + Y_6 \cdot 9,5a = 0;$$

$$\Rightarrow Y_5 = \frac{1,2q \cdot 7,5a \cdot 1,75a - 1,25qa \cdot 4,5a - 1,2qa \cdot 9,5a}{5,5a} =$$

$$= \frac{15,75qa^2 - 5,625qa^2 - 11,4qa^2}{5,5a} = -0,232qa.$$

$$\sum \text{mom}_5 = 0; \quad \sum \text{mom}_5 = -Y_A \cdot 5,5a + 1,2q \cdot 7,5a \cdot 3,75a + Y_3 \cdot 10a + Y_6 \cdot 4a = 0;$$

$$\Rightarrow Y_A = \frac{1,2q \cdot 7,5a \cdot 3,75a + 1,25qa \cdot 10a + 1,2qa \cdot 4a}{5,5a}$$

$$= \frac{33,75qa^2 + 12,5qa^2 + 4,8qa^2}{5,5a} = 9,282qa^2.$$

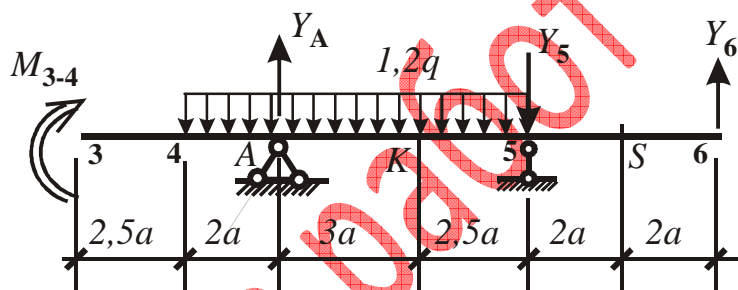
Проверка:

$$\sum Y = Y_A + Y_5 - 1,2q \cdot 7,5a - Y_3 + Y_6 = (9,282 - 0,23 - 1,2 \cdot 7,5 - 1,25 + 1,2)qa =$$

$$= (10,48 - 10,48)qa = 0.$$

Вычисляем значения изгибающего момента.

1)



$$\sum \text{mom}_3 = 0;$$

$$\sum \text{mom}_3 = -M_{3-4} + Y_A \cdot 4,5a - 1,2q \cdot 7,5a \cdot 6,25a - Y_5 \cdot 10a + Y_6 \cdot 14a = 0;$$

$$M_{3-4} = Y_A \cdot 4,5a - 1,2q \cdot 7,5a \cdot 6,25a - Y_5 \cdot 10a + Y_6 \cdot 14a =$$

$$= 9,282qa \cdot 4,5a - 1,2q \cdot 7,5a \cdot 6,25a - 0,232qa \cdot 10a + 1,2 \cdot 14a =$$

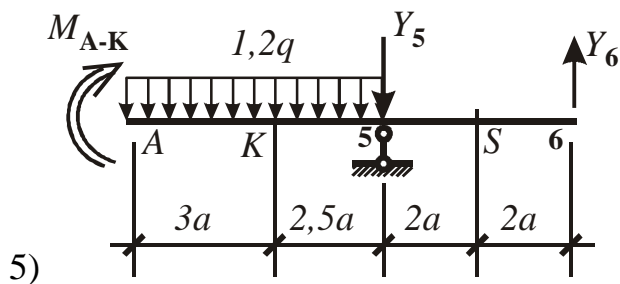
$$= 41,769qa^2 - 56,25qa^2 - 2,32qa^2 + 16,8 = 0;$$

$$\sum mom_A = 0;$$

$$\sum mom_A = -M_{A-4} + Y_A \cdot 0 - 1,2q \cdot 5,5a \cdot 2,75a - Y_5 \cdot 5,5a + Y_6 \cdot 9,5a = 0;$$

$$M_{A-4} = 9,282qa \cdot 0 - 1,2q \cdot 5,5a \cdot 2,75a - 0,232qa \cdot 5,5a + 1,2qa \cdot 9,5a = \\ = 0 - 18,15qa^2 - 0,666qa^2 + 11,4qa^2 = -7,416qa^2;$$

(PB/B)



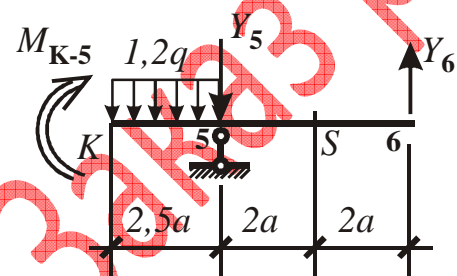
$$\sum mom_A = 0;$$

$$\sum mom_A = -M_{A-K} + Y_A \cdot 0 - 1,2q \cdot 5,5a \cdot 2,75a - Y_5 \cdot 5,5a + Y_6 \cdot 9,5a = 0;$$

$$M_{A-K} = 9,282qa \cdot 0 - 1,2q \cdot 5,5a \cdot 2,75a - 0,232qa \cdot 5,5a + 1,2qa \cdot 9,5a = \\ = 0 - 18,15qa^2 - 0,666qa^2 + 11,4qa^2 = -7,416qa^2;$$

(PB/B)

6)



$$\sum mom_K = 0; \quad \sum mom_K = -M_{K-5} - 1,2q \cdot 2,5a \cdot 1,25a - Y_5 \cdot 2,5a + Y_6 \cdot 6,5a = 0;$$

$$M_{K-5} = -1,2q \cdot 2,5a \cdot 1,25a - 0,232qa \cdot 2,5a + 1,2qa \cdot 6,5a = \\ = -3,75qa^2 - 0,58qa^2 + 7,8qa^2 = 3,47qa^2;$$

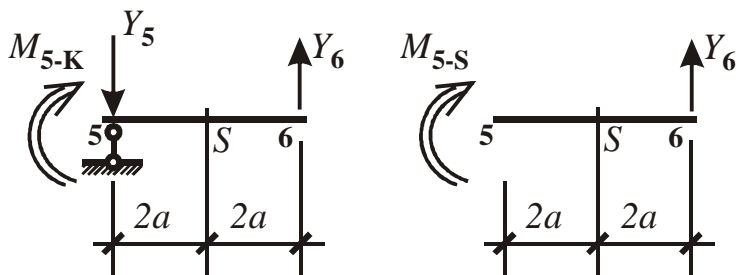
Разреш (PB/H)

Группа

Проверил

лист

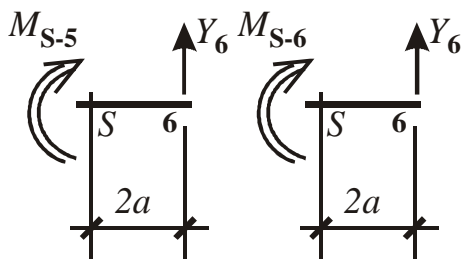
7)



$$\sum mom_5 = 0; \quad \sum mom_5 = -M_{5-K} + Y_6 \cdot 4qa = 0;$$

$$M_{5-K} = M_{5-S} = 1,2qa \cdot 4a = 4,8qa^2 \text{ (PB/H)};$$

8)



$$\sum mom_S = 0; \quad \sum mom_S = -M_{S-5} + Y_6 \cdot 2qa = 0;$$

$$M_{S-5} = M_{S-6} = 1,2qa \cdot 2a = 2,4qa^2 \text{ (PB/H)};$$

9)



$$\sum mom_6 = 0; \quad \sum mom_6 = -M_{6-S} + Y_6 \cdot 0 = 0;$$

$$M_{6-S} = 0.$$

По результатам вычислений строим эпюру М (рис. 4).

Разраб.

Группа

Проверил

лист

$$Q_{2-4} = Q_{4-2} = -\frac{|2,5-0|qa^2}{2a} = -1,25qa.$$

- 4-А - параболический закон изменения изгибающего момента, что соответствует линейному закону изменения поперечной силы.

$$Q_{4-A} = -\frac{|3,125-8,025|qa^2}{2a} + \frac{1,2q2a}{2} = -1,25qa.;$$

$$Q_{A-4} = -\frac{|3,125-8,025|qa^2}{2a} - \frac{1,2q2a}{2} = -3,65qa.$$

- А-К - параболический закон изменения изгибающего момента, что соответствует линейному закону изменения поперечной силы. Значение первой составляющей определяется углом наклона пунктира к оси, а

второй равно $\frac{1,2ql}{2}$:

$$Q_{A-K} = \frac{|8,025+3,471|qa^2}{3a} + \frac{1,2q3a}{2} = 3,832qa + 1,8qa = 5,632qa ;$$

$$Q_{K-A} = \frac{|8,025+3,471|qa^2}{3a} - \frac{1,2q3a}{2} = 3,832qa - 1,8qa = 2,032qa .$$

- К-5 - параболический закон изменения изгибающего момента, что соответствует линейному закону изменения поперечной силы. Значение первой составляющей определяется углом наклона пунктира к оси, а

второй равно $\frac{1,2ql}{2}$:

$$Q_{K-5} = \frac{|3,471-5,19|qa^2}{2,5a} + \frac{1,2q2,5a}{2} = 0,532qa + 1,5qa = 2,032qa ;$$

$$Q_{5-K} = \frac{|3,471-5,19|qa^2}{2,5a} - \frac{1,2q2,5a}{2} = 0,532qa - 1,5qa = 0,968qa .$$

5-6 - линейный закон изменения изгибающего момента, поперечная сила постоянна, т.к. поворот против часовой стрелки, то сила отрицательна.

$$Q_{5-6} = Q_{6-5} = -\frac{|4,8-0|qa^2}{4a} = -1,2qa .$$

По результатам вычислений строим эпюру поперечных сил (рис. 5).

Разраб.					лист
Группа					
Проверил					

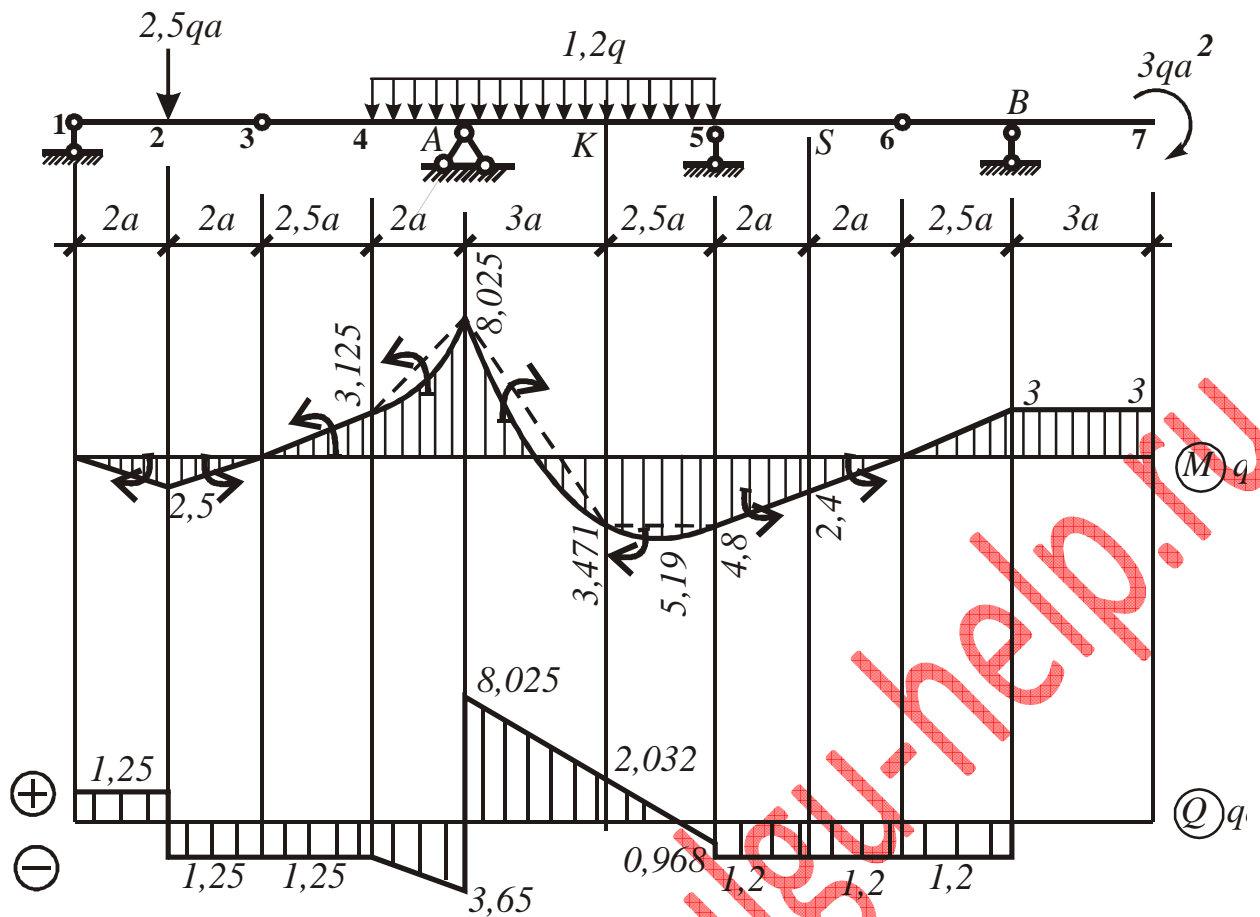


Рис. 5. Эюры поперечных сил Q

4. Построение линий влияния опорных реакций и внутренних усилий кинематическим способом.

Отбросим в расчетной схеме связь в направлении искомого силового фактора в заданном сечении. Таким образом получаем геометрически изменяемую систему с одной степенью свободы.

В направлении отброшенной связи прикладывается единичная сосредоточенная нагрузка.

В точке приложения единичной нагрузки задаемся единичным перемещением и строим схему возможных перемещений для всей балки.

В связи с отсутствием нагрузок, действующих вдоль оси балки, пренебрегаем горизонтальными перемещениями узлов балки и опорных связей.

Разраб.					лист
Группа					
Проверил					

