

Балка 1-02

Определение опорных реакций простых балок и построение эпюр.

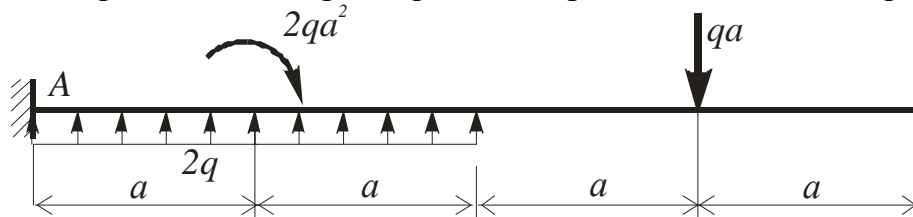


Рис. 1. Заданная расчетная схема

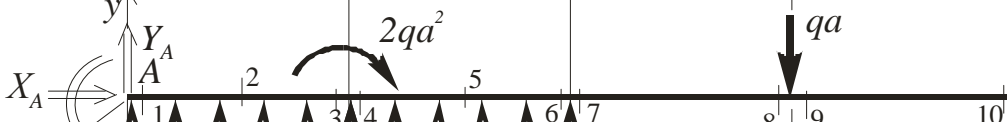


Рис. 2.

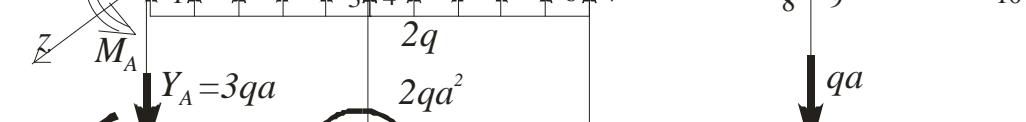
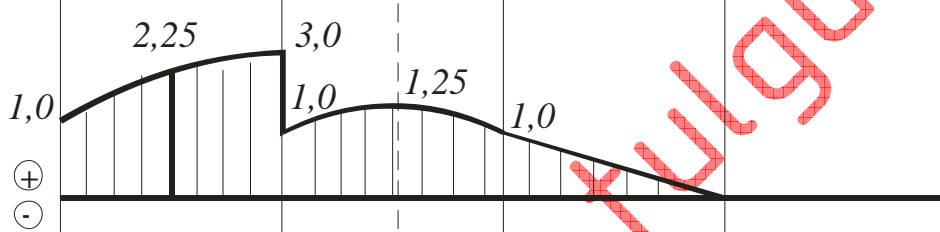
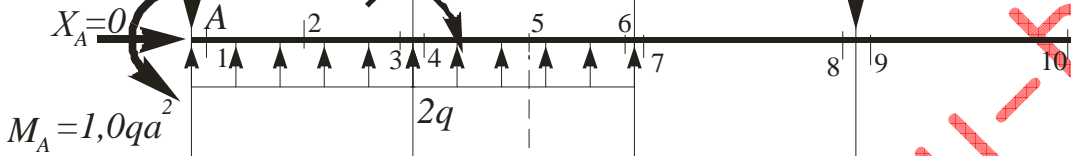
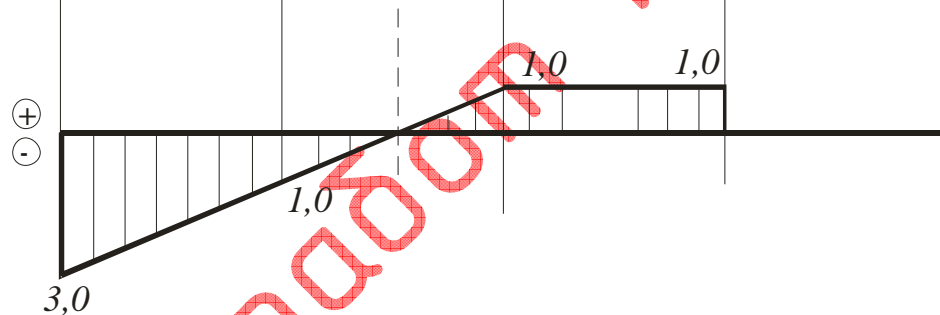


Рис. 3.



M, qa^2 Рис. 4.



Q, qa Рис. 5.

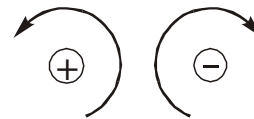
Вводим прямоугольную систему координат (рис. 2), оси которой определяют правило знаков для реактивных сил.

По рис. 2. составляем уравнения равновесия для определения опорных реакции:

$$X_A \leftarrow \sum X = 0; \quad (1)$$

$$M_A \leftarrow \sum \text{mom}_A = 0; \quad (2)$$

$$Y_A \leftarrow \sum \text{mom}_{10} = 0. \quad (3)$$



$$(1) \sum X = 0; \quad X_A = 0.$$

$$(2) \sum \text{mom}_A = 0; \quad -qa \cdot 3a + 2q \cdot 2a \cdot a - 2qa^2 + M_A = 0;$$

$$M_A = qa \cdot 3a - 2q \cdot 2a \cdot a + 2qa^2 = 1qa^2.$$

$$(3) \sum \text{mom}_{10} = 0; \quad -2qa^2 - Y_A \cdot 4a - 2q \cdot 2a \cdot 3a + qa \cdot a + M_A = 0;$$

$$Y_A = \frac{-2qa^2 - 2q2a \cdot 3a + qa \cdot a + qa^2}{4a} = \frac{-2qa^2 + 12qa^2 + 2qa^2}{4a} = 3qa.$$

Проверка: $\sum Y = 0$; $-Y_A + 2q \cdot 2a - qa = -3qa + 4qa - qa = 0$.

Реакции вычислены верно.

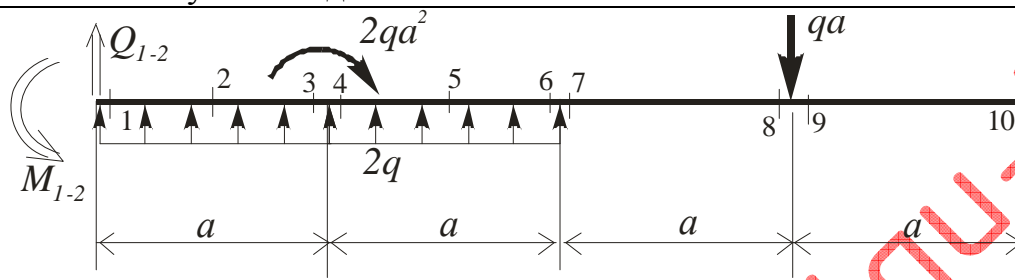
Переходим к назначению контролируемых сечений (рис. 3). На рис. 3 выделено 2 участка с линейным законом изменения изгибающего момента (1-2 и 9-10) и два участка с параболическим законом (3-5 и 6-8).

Эпюру изгибающего момента строим на растянутом волокне (РВ).

Будем использовать обозначения:

«РВ/В» - «растянутые волокна – верхние»; «РВ/Н» - «растянутые волокна – нижние».

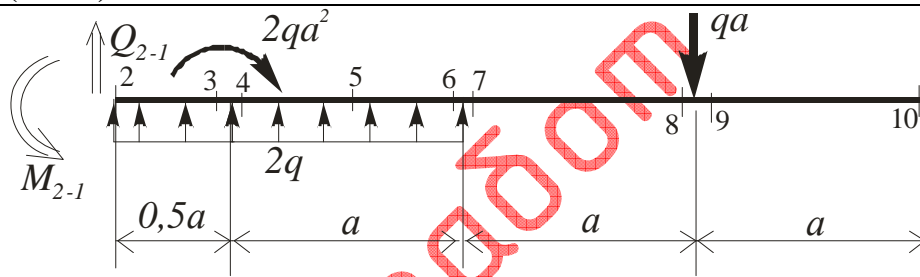
Используем метод сечений.



$$\sum \text{mom}_1 = 0; \quad \sum \text{mom}_1 = M_{1-2} + 2q2a \cdot a - qa \cdot 3a - 2qa^2 = 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{1-2} = -2q2a \cdot a + qa \cdot 3a + 2qa^2 = 1qa^2;$$

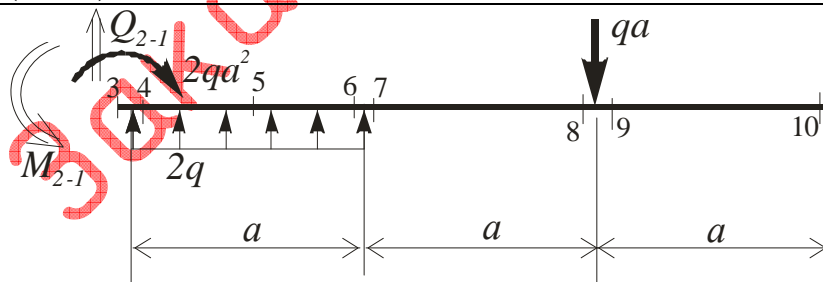
(РВ/В)



$$\sum \text{mom}_2 = 0; \quad \sum \text{mom}_2 = M_{2-1} + 2q1,5a \cdot 0,75a - qa \cdot 2,5a - 2qa^2 = 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{2-1} = -2,25qa^2 + 2,5qa^2 + 2qa^2 = 2,25qa^2;$$

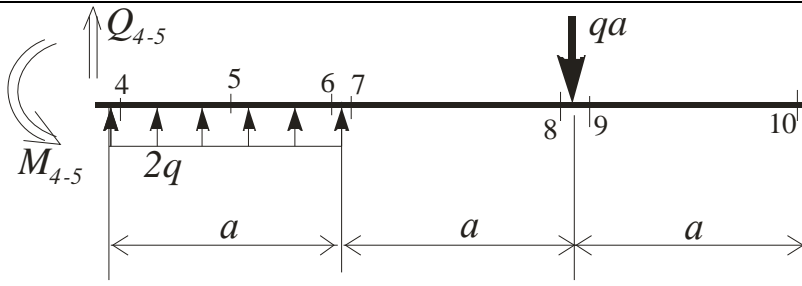
(РВ/В)



$$\sum \text{mom}_3 = 0; \quad \sum \text{mom}_3 = M_{3-2} + 2q1a \cdot 0,5a - qa \cdot 2a - 2qa^2 = 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{3-2} = -1qa^2 + 2qa^2 + 2qa^2 = 3qa^2;$$

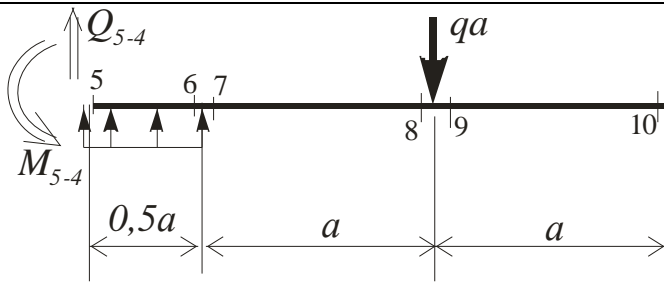
(РВ/В)



$$\sum \text{mom}_4 = 0; \quad \sum \text{mom}_4 = M_{4-5} + 2q \cdot 1a \cdot 0,5a - qa \cdot 2a = 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{4-5} = -1qa^2 + 2qa^2 = 1qa^2;$$

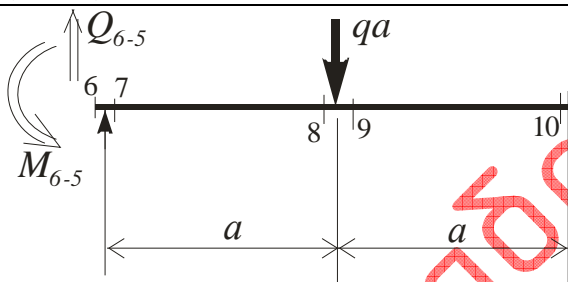
(PB/B)



$$\sum \text{mom}_5 = 0; \quad \sum \text{mom}_5 = M_{5-4} + 2q \cdot 0,5a \cdot 0,25a - qa \cdot 1,5a = 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{5-4} = -0,25qa^2 + 1,5qa^2 = 1,25qa^2;$$

(PB/B)



$$\sum \text{mom}_6 = 0; \quad \sum \text{mom}_6 = M_{6-5} - qa \cdot 1a = 0; \Rightarrow$$

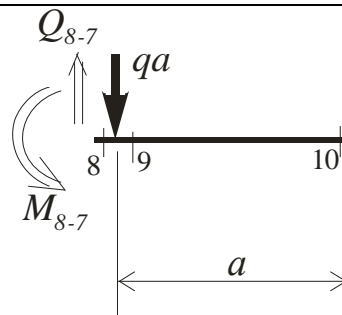
$$\Rightarrow M_{6-5} = 1qa^2;$$

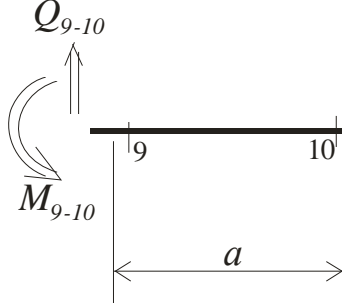
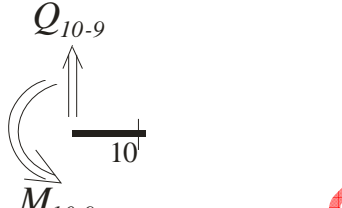
(PB/B)

$$\sum \text{mom}_8 = 0;$$

$$\sum \text{mom}_8 = M_{8-7} - qa \cdot 0 = 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{8-7} = 0;$$

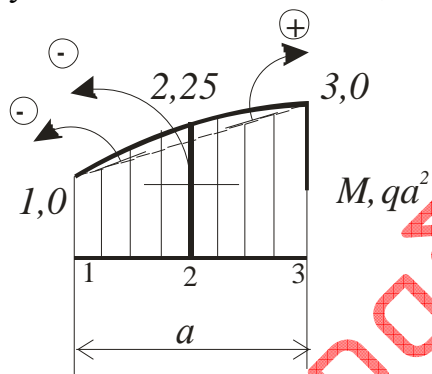


$\sum \text{mom}_9 = 0;$ $\sum \text{mom}_9 = M_{9-10} = 0;$	
$\sum \text{mom}_{10} = 0;$ $\sum \text{mom}_{10} = M_{10-9} = 0;$	

По вычисленным значениям строим эпюру изгибающего момента (рис. 4)

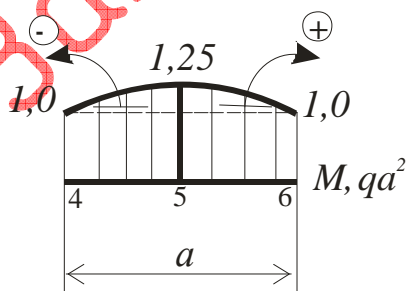
Вычисление ординат Q_{i-j} эпюры поперечного усилия включает:

- разложение криволинейной эпюры изгибающих моментов на участке на линейную часть и параболическую;
- вычисление модулей тангенсов соответствующих углов;
- присвоение «инженерного» знака этим значениям;
- вычисление значения поперечного усилия путем алгебраического сложения полученных составляющих;



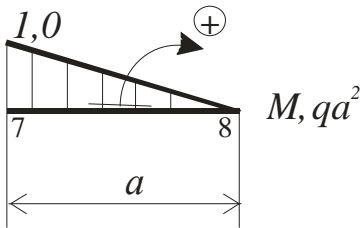
$$Q_{1-2} = - \left| \frac{M_{1-2} - M_{1-2}}{l_{1-2}} \right| - \frac{q_{1-2} l_{1-2}}{2} = - \frac{|1-3|qa^2}{a} - \frac{2q \cdot a}{2} = -3qa;$$

$$Q_{2-1} = - \left| \frac{M_{1-2} - M_{1-2}}{l_{1-2}} \right| + \frac{q_{1-2} l_{1-2}}{2} = - \frac{|1-3|qa^2}{a} + \frac{2q \cdot a}{2} = -1qa$$

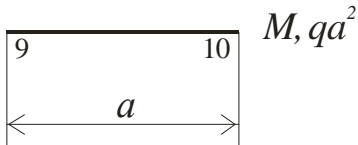


$$Q_{4-5} = \left| \frac{M_{4-5} - M_{5-4}}{l_{5-4}} \right| - \frac{q_{5-4} l_{5-4}}{2} = \frac{|1-1|qa^2}{a} - \frac{2q \cdot a}{2} = -1qa$$

$$Q_{5-4} = \left| \frac{M_{4-5} - M_{5-4}}{l_{5-4}} \right| + \frac{q_{5-4} l_{5-4}}{2} = \frac{|1-1|qa^2}{a} + \frac{2q \cdot a}{2} = 1qa$$



$$Q_{7-8} = Q_{8-7} = \left| \frac{M_{7-8} - M_{9-7}}{l_{7-8}} \right| = \frac{|1-0|qa^2}{a} = 1qa$$



$$Q_{9-10} = Q_{10-9} = \left| \frac{M_{9-10} - M_{10-9}}{l_{9-10}} \right| = \frac{|0-0|qa^2}{a} = 0.$$

По результатам вычислений строим эпюру Q (рис. 5).

Контроль правильности определения ординат эпюр усилий заданной расчетной схемы проводится для произвольной части балки.

$\sum m_{O_2} = -2qa^2 + 2q \cdot 1,5a \cdot 0,75a - 1qa^2 - 1,0qa \cdot 1,5a + 2,25qa^2 = 0.$ $\sum Y = -2qa + 2q1,5a - 1qa = 0.$	
--	--

Следовательно отрезанная часть балки находится в равновесии.