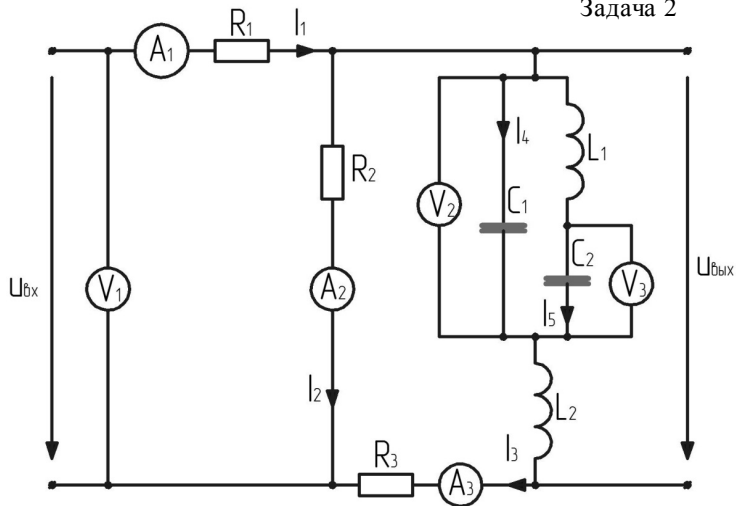


Вариант 1

РГРЗ

Задача 2



- $L_1 = 0.01 \text{ Гн}$
- $L_2 = 0.01 \text{ Гн}$
- $C_1 = 100 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$
- $C_2 = 12.5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$
- $R_1 = 20 \text{ Ом}$
- $R_2 = 50 \text{ Ом}$
- $R_3 = 30 \text{ Ом}$
- $\omega = 1000 \text{ с}^{-1}$

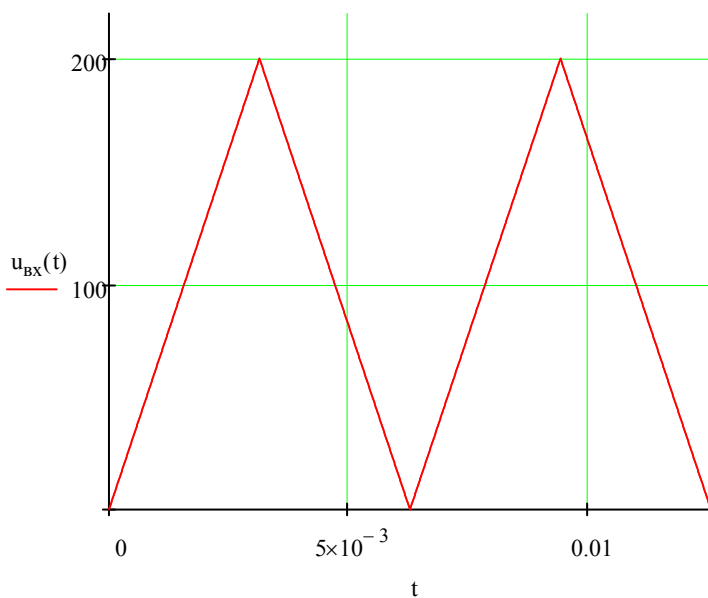
Решение

Входное напряжение

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi}{1 \times 10^3} = 6.28 \times 10^{-3} \text{ с}$$

$$U_{\text{вх}} = 200 \text{ В}$$

$$u_{\text{вх}}(t) = \begin{cases} \frac{2U_{\text{вх}}}{T} \cdot t & \text{if } 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -\frac{2 \cdot U_{\text{вх}}}{T} \cdot (t - T) & \text{if } \frac{T}{2} \leq t \leq T \\ \frac{2U_{\text{вх}}}{T} \cdot (t - T) & \text{if } T \leq t \leq \frac{3T}{2} \\ -\frac{2 \cdot U_{\text{вх}}}{T} \cdot (t - 2T) & \text{if } \frac{3T}{2} \leq t \leq 2T \end{cases}$$



Разложим входное напряжение в ряд Фурье

Постоянная составляющая

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T u_{\text{вх}}(t) dt = 100 \quad \text{В}$$

Амплитуды гармоник

$$A_1 = \frac{2}{T} \int_0^T u_{\text{вх}}(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) dt = -81.06 \quad \text{В}$$

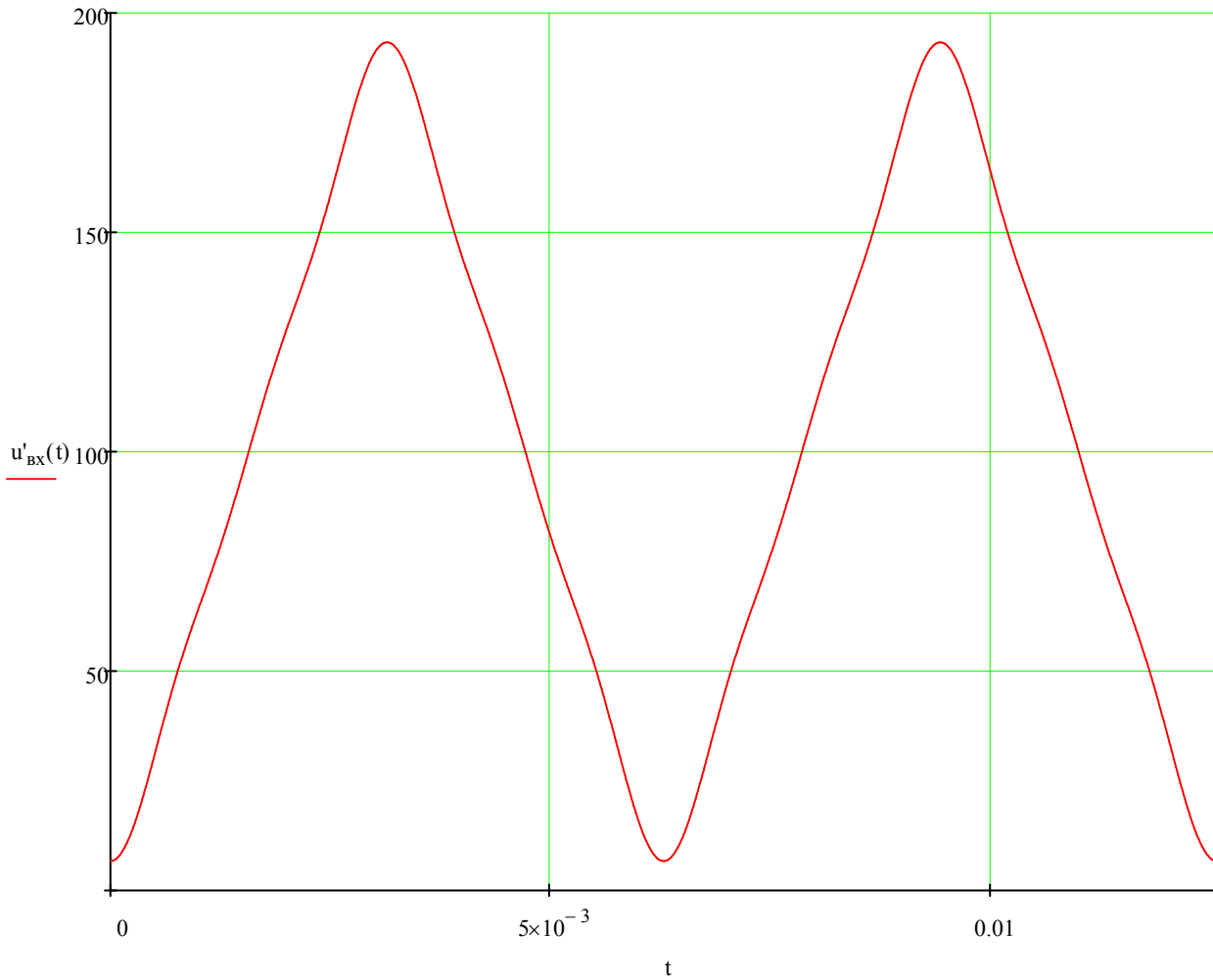
$$A_3 = \frac{2}{T} \int_0^T u_{\text{вх}}(t) \cdot \cos(3\omega \cdot t) dt = -9.01 \quad \text{В}$$

$$A_5 = \frac{2}{T} \int_0^T u_{\text{вх}}(t) \cdot \cos(5\omega \cdot t) dt = -3.24 \quad \text{В}$$

Входное напряжение в разложенном виде

$$u'_{\text{вх}}(t) = A_0 + A_1 \cdot \cos(\omega \cdot t) + A_3 \cdot \cos(3\omega \cdot t) + A_5 \cdot \cos(5\omega \cdot t)$$

$$u'_{\text{вх}}(t) = 100 - 81.06 \cdot \cos(1 \times 10^3 \cdot t) - 3.24 \cdot \cos(5 \times 10^3 \cdot t) - 9.01 \cdot \cos(3 \times 10^3 \cdot t)$$



Рассчитаем токи цепи для постоянной составляющей

$$U_{\text{вх}0} = A_0 = 100 \quad \text{В}$$

$$I_{10} = \frac{U_{\text{вх}0}}{R_1 + R_2} = \frac{100}{20 + 50} = 1.43 \quad \text{А}$$

$$I_{20} = I_{10} = 1.43 \quad \text{А}$$

Рассчитаем токи цепи для первой гармоники

$$U_{\text{вх}1} = \frac{A_1}{\sqrt{2}} = -57.32 \quad \text{В}$$

$$X_{L11} = j \cdot \omega \cdot L_1 = j \cdot 1 \times 10^3 \cdot 0.01 = 10j \quad \text{Ом}$$

$$X_{L21} = j \cdot \omega \cdot L_2 = j \cdot 1 \times 10^3 \cdot 0.01 = 10j \quad \text{Ом}$$

$$X_{C11} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_1} = \frac{1}{j \cdot 1 \times 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = -10 \quad \text{Ом}$$

$$X_{C21} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_2} = \frac{1}{j \cdot 1 \times 10^3 \cdot 12.5 \cdot 10^{-6}} = -8 \quad \text{Ом}$$

$$I_{11} = \frac{U_{\text{вх}1}}{R_1 + \frac{R_2 \left[R_3 + X_{L21} + \frac{X_{C11} \cdot (X_{L11} + X_{C21})}{X_{C11} + X_{L11} + X_{C21}} \right]}{R_2 + R_3 + X_{L21} + \frac{X_{C11} \cdot (X_{L11} + X_{C21})}{X_{C11} + X_{L11} + X_{C21}}} = \frac{-57.32}{20 + \frac{50 \left[30 + 10j + \frac{-10j \cdot (10j + -80j)}{-10j + 10j + -80j} \right]}{50 + 30 + 10j + \frac{-10j \cdot (10j + -80j)}{-10j + 10j + -80j}}} = -1.48 + 0.02j \quad \text{А}$$

$$|I_{11}| = 1.48 \quad \text{А} \quad \angle(I_{11}) = 179.28$$

$$I_{31} = I_{11} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3 + X_{L21} + \frac{X_{C11} \cdot (X_{L11} + X_{C21})}{X_{C11} + X_{L11} + X_{C21}}} = (-1.48 + 0.02j) \cdot \frac{50}{50 + 30 + 10j + \frac{-10j \cdot (10j + -80j)}{-10j + 10j + -80j}} = -0.92 + 0.03j$$

$$|I_{31}| = 0.92 \quad \text{А} \quad \angle(I_{31}) = 178.38$$

$$I_{21} = I_{11} - I_{31} = -1.48 + 0.02j - (-0.92 + 0.03j) = -0.55 - 7.45j \times 10^{-3} \quad \text{А}$$

$$|I_{21}| = 0.55 \quad \text{А} \quad \angle(I_{21}) = -179.23$$

$$I_{41} = I_{31} \cdot \frac{X_{L11} + X_{C21}}{X_{C11} + X_{L11} + X_{C21}} = (-0.92 + 0.03j) \cdot \frac{10j + -80j}{-10j + 10j + -80j} = -0.81 + 0.02j \quad \text{А}$$

$$|I_{41}| = 0.81 \quad \text{А} \quad \angle(I_{41}) = 178.38$$

$$I_{51} = I_{31} - I_{41} = -0.92 + 0.03j - (-0.81 + 0.02j) = -0.12 + 3.26j \times 10^{-3} \quad \text{А}$$

$$|I_{51}| = 0.12 \quad \text{А} \quad \angle(I_{51}) = 178.38$$

Напряжения цепи для первой гармоники соответствующие вольтметрам

$$U_{21} = I_{41} \cdot X_{C11} = (-0.81 + 0.02j) \cdot -10j = 0.23 + 8.08j \quad \text{В}$$

$$U_{31} = I_{51} \cdot X_{C21} = (-0.12 + 3.26j \times 10^{-3}) \cdot -80j = 0.26 + 9.24j \quad \text{В}$$

$$U_{11} = U_{\text{вх}1} = -57.32 \quad \text{В}$$

Рассчитаем токи цепи для третьей гармоники

$$U_{\text{вх}3} = \frac{A_3}{\sqrt{2}} = -6.37 \quad \text{В}$$

$$X_{L13} = j \cdot 3 \omega \cdot L_1 = j \cdot 3 \cdot 1 \times 10^3 \cdot 0.01 = 30j \quad \text{Ом}$$

$$X_{L23} = j \cdot \omega \cdot L_2 = j \cdot 1 \times 10^3 \cdot 0.01 = 10j \quad \text{Ом}$$

$$X_{C13} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_1} = \frac{1}{j \cdot 1 \times 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = -10j \quad \text{Ом}$$

$$X_{C23} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_2} = \frac{1}{j \cdot 1 \times 10^3 \cdot 12.5 \cdot 10^{-6}} = -80j \quad \text{Ом}$$

$$I_{13} = \frac{U_{\text{вх}3}}{R_1 + \frac{R_2 \left[R_3 + X_{L23} + \frac{X_{C13} \cdot (X_{L13} + X_{C23})}{X_{C13} + X_{L13} + X_{C23}} \right]}{R_2 + R_3 + X_{L23} + \frac{X_{C13} \cdot (X_{L13} + X_{C23})}{X_{C13} + X_{L13} + X_{C23}}} = \frac{-6.37}{20 + \frac{50 \left[30 + 10j + \frac{-10j \cdot (30j + -80j)}{-10j + 30j + -80j} \right]}{50 + 30 + 10j + \frac{-10j \cdot (30j + -80j)}{-10j + 30j + -80j}}} = -0.16 + 2.76j \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$|I_{13}| = 0.16 \quad \text{A} \quad \angle(I_{13}) = 179.04$$

$$I_{33} = I_{13} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3 + X_{L23} + \frac{X_{C13} \cdot (X_{L13} + X_{C23})}{X_{C13} + X_{L13} + X_{C23}}} = (-0.16 + 2.76j \times 10^{-3}) \cdot \frac{50}{50 + 30 + 10j + \frac{-10j \cdot (30j + -80j)}{-10j + 30j + -80j}} = -0.1 + 3.86j \times 10^{-3}$$

$$|I_{33}| = 0.1 \quad \text{A} \quad \angle(I_{33}) = 177.84$$

$$I_{23} = I_{13} - I_{33} = -0.16 + 2.76j \times 10^{-3} - (-0.1 + 3.86j \times 10^{-3}) = -0.06 - 1.1j \times 10^{-3}$$

$$|I_{23}| = 0.06 \quad \text{A} \quad \angle(I_{23}) = -178.98$$

$$I_{43} = I_{33} \cdot \frac{X_{L13} + X_{C23}}{X_{C13} + X_{L13} + X_{C23}} = (-0.1 + 3.86j \times 10^{-3}) \cdot \frac{30j + -80j}{-10j + 30j + -80j} = -0.09 + 3.22j \times 10^{-3}$$

$$|I_{43}| = 0.09 \quad \text{A} \quad \angle(I_{43}) = 177.84$$

$$I_{53} = I_{33} - I_{43} = -0.1 + 3.86j \times 10^{-3} - (-0.09 + 3.22j \times 10^{-3}) = -0.02 + 6.43j \times 10^{-4}$$

$$|I_{53}| = 0.02 \quad \text{A} \quad \angle(I_{53}) = 177.84$$

Напряжения цепи для первой гармоники соответствующие вольтметрам

$$U_{23} = I_{43} \cdot X_{C13} = (-0.09 + 3.22j \times 10^{-3}) \cdot -10j = 0.03 + 3.22j \quad \text{В}$$

$$U_{33} = I_{53} \cdot X_{C23} = (-0.02 + 6.43j \times 10^{-4}) \cdot -80j = 0.05 + 1.37j \quad \text{В}$$

$$U_{13} = U_{\text{вх}3} = -6.37 \quad \text{В}$$

Определим показания приборов электродинамической системы

$$I_{A1} = \sqrt{(|I_{10}|)^2 + (|I_{11}|)^2 + (|I_{13}|)^2} = \sqrt{(|1.43|)^2 + (|-1.48 + 0.02j|)^2 + (|-0.16 + 2.76j \times 10^{-3}|)^2} = 2 \text{ A}$$

$$I_{A2} = \sqrt{(|I_{20}|)^2 + (|I_{21}|)^2 + (|I_{23}|)^2} = \sqrt{(|1.43|)^2 + (|-0.55 - 7.45j \times 10^{-3}|)^2 + (|-0.06 - 1.1j \times 10^{-3}|)^2} = 1.53 \text{ A}$$

$$I_{A3} = \sqrt{(|I_{33}|)^2 + (|I_{33}|)^2 + (|I_{33}|)^2} = \sqrt{(|-0.1 + 3.86j \times 10^{-3}|)^2 + (|-0.1 + 3.86j \times 10^{-3}|)^2 + (|-0.1 + 3.86j \times 10^{-3}|)^2} = 0.1 \text{ A}$$

$$U_{V1} = \sqrt{(|U_{\text{вх}0}|)^2 + (|U_{\text{вх}1}|)^2 + (|U_{\text{вх}3}|)^2} = \sqrt{(|100|)^2 + (|-57.32|)^2 + (|-6.37|)^2} = 115.44 \text{ A}$$

$$U_{V2} = \sqrt{(|U_{21}|)^2 + (|U_{31}|)^2} = \sqrt{(|0.23 + 8.08j|)^2 + (|0.26 + 9.24j|)^2} = 12.28 \text{ A}$$

$$U_{V3} = \sqrt{(|U_{23}|)^2 + (|U_{33}|)^2} = \sqrt{(|0.03 + 0.85j|)^2 + (|0.05 + 1.37j|)^2} = 1.61 \quad \text{А}$$

Запишем мгновенное значение входного напряжения

$$u'_{\text{вх}}(t) = A_0 + A_1 \cdot \cos(\omega \cdot t) + A_3 \cdot \cos(3\omega \cdot t) = -9.01 \cdot \cos(3 \times 10^3 \cdot t) + -81.06 \cdot \cos(1 \times 10^3 \cdot t) + 100 \quad \text{В}$$

Активная мощность цепи

$$P_0 = I_{10} \cdot U_{\text{вх}0} = 1.43 \cdot 100 = 142.86 \quad \text{Вт}$$

$$P_1 = \text{Re}(\overline{I_{11}} \cdot U_{\text{вх}1}) = \text{Re}(\overline{-1.48 + 0.02j} \cdot -57.32) = 84.75 \quad \text{Вт}$$

$$P_3 = \text{Re}(\overline{I_{13}} \cdot U_{\text{вх}3}) = \text{Re}(\overline{-0.16 + 2.76j \times 10^{-3}} \cdot -6.37) = 1.05 \quad \text{Вт}$$

$$P = P_0 + P_1 + P_3 = 142.86 + 84.75 + 1.05 = 228.65 \quad \text{Вт}$$

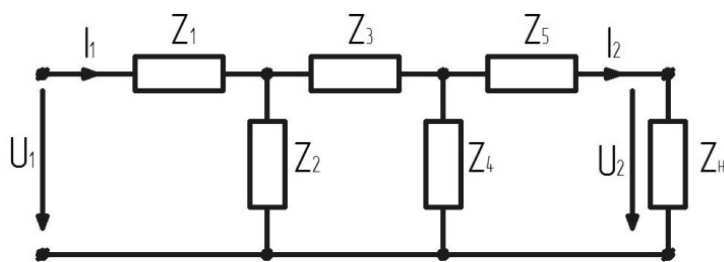
Полная мощность цепи

$$S = I_{A1} \cdot U_{V1} = 2.06 \cdot 115.44 = 238.1 \quad \text{ВА}$$

Коэффициент мощности цепи

$$\cos\phi = \frac{P}{S} = \frac{228.65}{238.1} = 0.96$$

Задача 3



$$Z_1 = j \quad \text{Ом}$$

$$Z_2 = 1 \quad \text{Ом}$$

$$Z_3 = -2j \quad \text{Ом}$$

$$Z_4 = 1 \quad \text{Ом}$$

$$Z_5 = j \quad \text{Ом}$$

$$U_1 = 10 \cdot e^{30j \cdot \text{deg}} = 8.66 + 5j \quad \text{В}$$

Сопротивления холостого хода и короткого замыкания четырехполюсника

$$Z_{1x} = Z_1 + \frac{Z_2 \cdot (Z_3 + Z_4)}{Z_2 + Z_3 + Z_4} = j + \frac{(-2j + 1)}{1 + -2j + 1} = 0.75 + 0.75j \quad \text{Ом}$$

$$Z_{1k} = Z_1 + \frac{Z_2 \cdot \left(Z_3 + \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5} \right)}{Z_2 + Z_3 + \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5}} = j + \frac{\left(-2j + \frac{j}{1 + j} \right)}{1 + -2j + \frac{j}{1 + j}} = 0.67 + 0.67j \quad \text{Ом}$$

$$Z_{2k} = Z_5 + \frac{Z_4 \cdot \left(Z_3 + \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)}{Z_4 + Z_3 + \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}} = j + \frac{\left(-2j + \frac{j}{1 + j} \right)}{1 + -2j + \frac{j}{1 + j}} = 0.67 + 0.67j \quad \text{Ом}$$

Коэффициенты четырехполюсника

$$A = \sqrt{\frac{Z_{1x} \cdot Z_{1k}}{Z_{2k} \cdot (Z_{1x} - Z_{1k})}} = \sqrt{\frac{(0.67 + 0.67j) \cdot (0.75 + 0.75j)}{(0.67 + 0.67j) \cdot [0.75 + 0.75j - (0.67 + 0.67j)]}} = 3$$

$$B = Z_{2k} \cdot A = (3) \cdot (0.67 + 0.67j) = 2 + 2j \quad \text{Ом}$$

$$P = \frac{A}{Z_{1x}} = \frac{3}{0.75 + 0.75j} = 2 - 2j \quad \text{См}$$

$$D = A \cdot \frac{Z_{2k}}{Z_{1k}} = (3) \cdot \frac{0.67 + 0.67j}{0.67 + 0.67j} = 3$$

Проверим соотношение

$$A \cdot D - B \cdot C = (3) \cdot (3) - (2 - 2j) \cdot (2 + 2j) = 1$$

Соотношение выполняется

Характеристическое сопротивление четырехполосника

$$Z_c = \sqrt{\frac{B}{P}} = \sqrt{\frac{2 + 2j}{2 - 2j}} = 0.71 + 0.71j \text{ Ом}$$

Постоянная передачи

$$g = \ln(A + \sqrt{B \cdot P}) = \ln[3 + \sqrt{(2 - 2j) \cdot (2 + 2j)}] = 1.76$$

При холостом ходе на вторичных зажимах вторичных ток равен нулю следовательно уравнение четырехполосника перейдет к следующему виду

$$U_1 = A \cdot U_2$$

Откуда коэффициент передачи

$$K(\omega) = \frac{U_2(\omega)}{U_1(\omega)} = \frac{1}{A(\omega)} = \sqrt{\frac{Z_{2k}(\omega) \cdot (Z_{1x}(\omega) - Z_{1k}(\omega))}{Z_{1x}(\omega) \cdot Z_{1k}(\omega)}}$$

$$L_1 = \frac{Z_1}{j \cdot 314} = 3.18 \times 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$P_3 = \frac{1}{Z_3 \cdot j \cdot 314} = 1.59 \times 10^{-3} \text{ Ф}$$

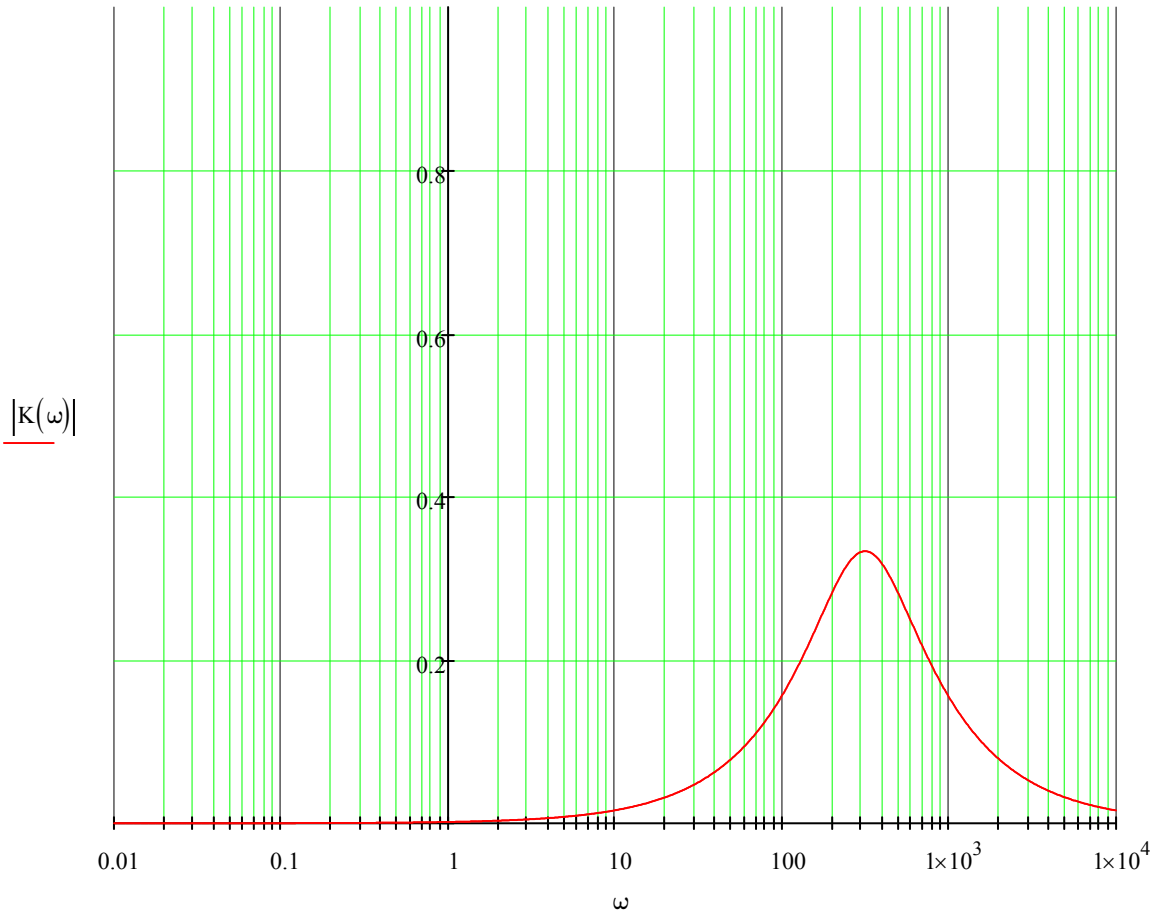
$$Z_{1x}(\omega) = j \cdot \omega \cdot L_1 + \frac{Z_2 \cdot \left(\frac{1}{j \cdot \omega \cdot P_3} + Z_4 \right)}{Z_2 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot P_3} + Z_4}$$

$$Z_{1k}(\omega) = j \cdot \omega \cdot L_1 + \frac{Z_2 \cdot \left(\frac{1}{j \cdot \omega \cdot P_3} + \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5} \right)}{Z_2 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot P_3} + \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5}}$$

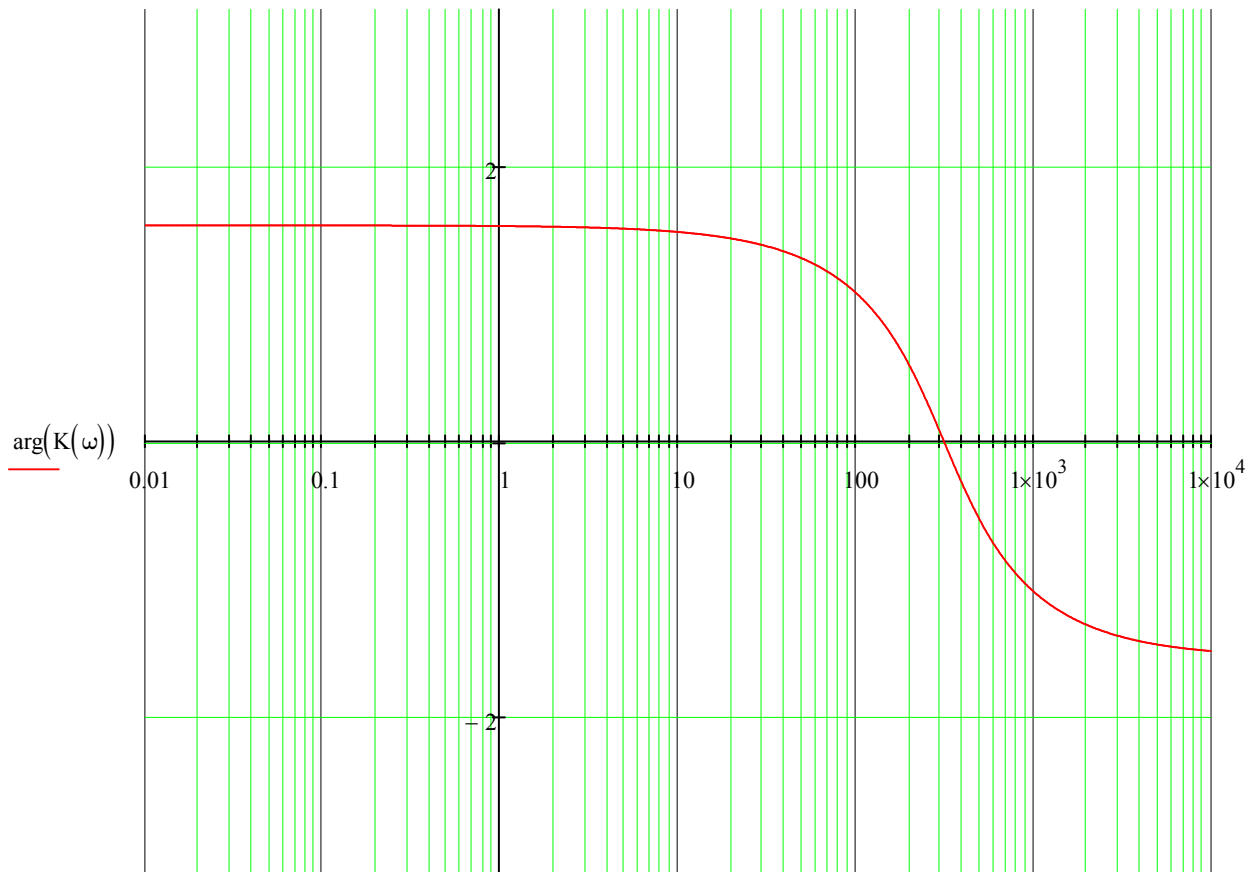
$$Z_{2k}(\omega) = Z_5 + \frac{Z_4 \cdot \left(\frac{1}{j \cdot \omega \cdot P_3} + \frac{j \cdot \omega \cdot L_1 \cdot Z_2}{j \cdot \omega \cdot L_1 + Z_2} \right)}{Z_4 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot P_3} + \frac{j \cdot \omega \cdot L_1 \cdot Z_2}{j \cdot \omega \cdot L_1 + Z_2}}$$

$$K(\omega) = \sqrt{\frac{Z_{2k}(\omega) \cdot (Z_{1x}(\omega) - Z_{1k}(\omega))}{Z_{1x}(\omega) \cdot Z_{1k}(\omega)}}$$

Амплитудно-частотная характеристика



Фазо-частотная характеристика (размерность радианы)



Для заданных параметров цепи и заданного входного напряжения определим входной ток и выходные ток и напряжения при

$$Z_H = Z_C \quad \text{При этом} \quad Z_{BX} = Z_C = 0.71 + 0.71j \quad \text{Ом}$$

Откуда

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_{BX}} = \frac{8.66 + 5j}{0.71 + 0.71j} = 9.66 - 2.59j \quad \text{А}$$

$$U_1 = A \cdot U_2 + B \cdot I_2$$

$$I_1 = P \cdot U_2 + D \cdot I_2$$

$$\frac{U_1}{B} = \frac{A}{B} \cdot U_2 + I_2$$

$$\frac{I_1}{D} = \frac{P}{D} \cdot U_2 + I_2$$

$$\frac{U_1}{B} - \frac{I_1}{D} = \left(\frac{A}{B} - \frac{P}{D} \right) \cdot U_2$$

$$U_2 = \frac{\frac{U_1}{B} - \frac{I_1}{D}}{\frac{A}{B} - \frac{P}{D}} = \frac{\frac{8.66 + 5j}{2 + 2j} - \frac{9.66 - 2.59j}{3}}{\frac{3}{2 + 2j} - \frac{2 - 2j}{3}} = 1.49 + 0.86j \quad \text{В}$$

$$|U_2| = 1.72 \quad \text{В} \quad \angle(U_2) = 30$$

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_C} = \frac{1.49 + 0.86j}{0.71 + 0.71j} = 1.66 - 0.44j \quad \text{А}$$

Рассчитаем напряжения для построения топографической диаграммы

$$U_{Z1} = I_1 \cdot Z_1 = (9.66 - 2.59j) \cdot j = 2.59 + 9.66j \quad \text{В}$$

$$|U_{Z1}| = 10 \quad \text{В} \quad \angle(U_{Z1}) = 75$$

$$U_{Z2} = U_1 - U_{Z1} = 8.66 + 5j - (2.59 + 9.66j) = 6.07 - 4.66j \quad \text{В}$$

$$|U_{Z2}| = 7.65 \quad \text{В} \quad \angle(U_{Z2}) = -37.5$$

$$I_{Z2} = \frac{U_{Z2}}{Z_2} = \frac{6.07 - 4.66j}{1} = 6.07 - 4.66j \quad \text{А}$$

$$I_{Z3} = I_1 - I_{Z2} = 9.66 - 2.59j - (6.07 - 4.66j) = 3.59 + 2.07j \quad \text{А}$$

$$U_{Z3} = I_{Z3} \cdot Z_3 = (3.59 + 2.07j) \cdot (-2j) = 4.14 - 7.17j \quad \text{В}$$

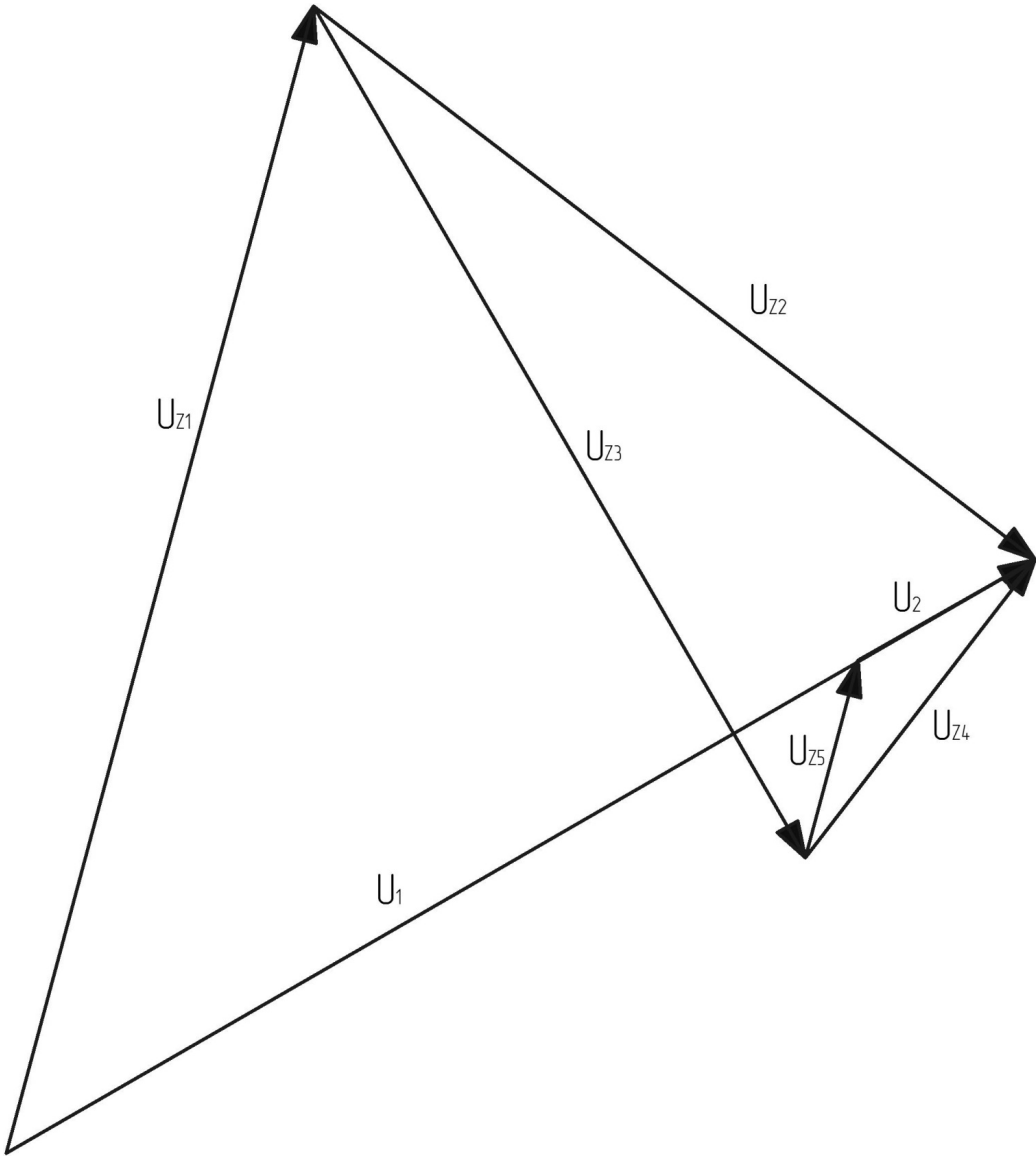
$$|U_{Z3}| = 8.28 \quad \text{В} \quad \angle(U_{Z3}) = -60$$

$$U_{Z4} = U_{Z2} - U_{Z3} = 6.07 - 4.66j - (4.14 - 7.17j) = 1.93 + 2.52j \quad \text{В}$$

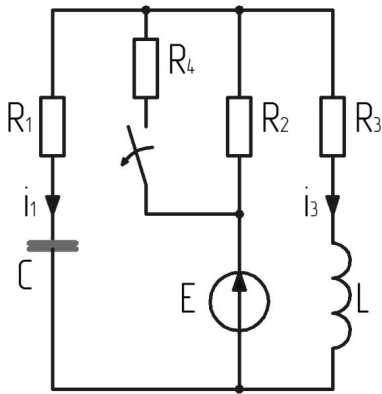
$$|U_{Z4}| = 3.17 \quad \text{В} \quad \angle(U_{Z4}) = 52.5$$

$$U_{Z5} = U_{Z4} - U_2 = 1.93 + 2.52j - (1.49 + 0.86j) = 0.44 + 1.66j \quad \text{В}$$

$$|U_{Z5}| = 1.72 \quad \text{В} \quad \angle(U_{Z5}) = 75$$



Задача 1



$$R_1 = 100 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 50 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 50 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 35 \text{ Ом}$$

$$C = 8.5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$L = 0.0258 \text{ Гн}$$

$$E = 100 \text{ В}$$

Решение

Классический метод

Ток катушки и напряжение конденсатора до коммутации

$$i_{30} = \frac{E}{R_3 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4}} = \frac{100}{50 + \frac{50 \cdot 35}{50 + 35}} = 1.42 \text{ А}$$

$$u_{C0} = E - i_{30} \cdot \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = 100 - 1.42 \cdot \frac{50 \cdot 35}{50 + 35} = 70.83 \text{ В}$$

Искомый ток в первый момент после коммутации

$$i_{10} + i_{30} = i_{20}$$

$$i_{20} \cdot R_2 + i_{10} \cdot R_1 + u_{C0} = E$$

$$(i_{10} + i_{30}) \cdot R_2 + i_{10} \cdot R_1 + u_{C0} = E$$

$$i_{10} = \frac{E - u_{C0} - i_{30} \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 - 70.83 - 1.42 \cdot 50}{100 + 50} = -0.28 \text{ А}$$

Характеристическое уравнение

$$Z(p) = R_2 + \frac{\left(R_1 + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (R_3 + p \cdot L)}{R_1 + \frac{1}{p \cdot C} + R_3 + p \cdot L} = 0$$

$$R_2 \cdot \left(R_1 + \frac{1}{p \cdot C} + R_3 + p \cdot L\right) + \left(R_1 + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (R_3 + p \cdot L) = 0$$

$$R_2 \cdot R_1 + R_2 \cdot R_3 + \frac{R_2}{p \cdot C} + p \cdot L \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + \frac{R_3}{p \cdot C} + p \cdot L \cdot R_1 + \frac{L}{C} = 0$$

$$p^2 \cdot L \cdot C \cdot (R_1 + R_2) + p \cdot C \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3) + p \cdot L + R_2 + R_3 = 0$$

$$a = L \cdot C \cdot (R_1 + R_2) = 0.03 \cdot 8.5 \cdot 10^{-6} \cdot (100 + 50) = 3.29 \times 10^{-5}$$

$$b = C \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3) + L = 8.5 \cdot 10^{-6} \cdot (100 \cdot 50 + 100 \cdot 50 + 50 \cdot 50) + 0.03 = 0.13$$

$$c = R_2 + R_3 = 100$$

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0.13^2 - 4 \cdot 3.29 \times 10^{-5} \cdot 100 = 4.28 \times 10^{-3}$$

$$p_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-0.13 - \sqrt{4.28 \times 10^{-3}}}{2 \cdot 3.29 \times 10^{-5}} = -3 \times 10^3 \text{ с}^{-1}$$

$$p_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-0.13 + \sqrt{4.28 \times 10^{-3}}}{2 \cdot 3.29 \times 10^{-5}} = -1.01 \times 10^3 \text{ с}^{-1}$$

Искомый ток в установившемся режиме равен 0

Ток катушки и напряжение конденсатора в установившемся режиме

$$i_{3y} = \frac{E}{R_3 + R_2} = \frac{100}{50 + 50} = 1 \text{ А}$$

$$u_{Cy} = E - i_{3y} \cdot R_2 = 100 - 50 = 50 \text{ В}$$

Свободные составляющие искомого тока и напряжения конденсатора

$$u_{Cc}(t) = A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}$$

$$i_{1c}(t) = C \cdot \frac{d}{dt} u_{Cc}(t) = C \cdot A_1 \cdot p_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + C \cdot A_2 \cdot p_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} = B_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + B_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}$$

Свободные составляющие искомого тока и напряжения конденсатора в первый момент времени после коммутации

$$u_{Cc0} = A_1 + A_2 = u_{C0} - u_{Cy} \quad u_{Cc0} = u_{C0} - u_{Cy} = 70.83 - 50 = 20.83 \text{ В}$$

$$i_{1c0} = C \cdot A_1 \cdot p_1 + C \cdot A_2 \cdot p_2 = i_{10} \quad i_{1c0} = i_{10} = -0.28 \text{ А}$$

Рассчитаем коэффициенты

$$A_2 = u_{Cc0} - A_1$$

$$i_{1c0} = C \cdot A_1 \cdot p_1 + C \cdot (u_{Cc0} - A_1) \cdot p_2 = C \cdot A_1 \cdot (p_1 - p_2) + C \cdot u_{Cc0} \cdot p_2$$

$$A_1 = \frac{i_{1c0} - C \cdot u_{Cc0} \cdot p_2}{C \cdot (p_1 - p_2)} = \frac{-0.28 - 8.5 \cdot 10^{-6} \cdot 20.83 \cdot -1.01 \times 10^3}{8.5 \cdot 10^{-6} \cdot (-3 \times 10^3 - -1.01 \times 10^3)} = 5.82 \text{ В}$$

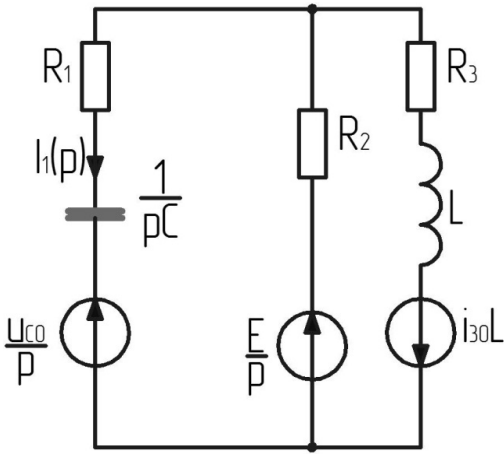
$$A_2 = u_{Cc0} - A_1 = 20.83 - 5.82 = 15.01 \text{ В}$$

$$B_1 = C \cdot A_1 \cdot p_1 = 8.5 \cdot 10^{-6} \cdot 5.82 \cdot -3 \times 10^3 = -0.15 \text{ А}$$

$$B_2 = C \cdot A_2 \cdot p_2 = 8.5 \cdot 10^{-6} \cdot 15.01 \cdot -1.01 \times 10^3 = -0.13 \text{ А}$$

Запишем выражение искомого тока

$$i_1(t) = B_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + B_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} = -0.15 \cdot e^{-3 \times 10^3 \cdot t} - 0.13 \cdot e^{-1.01 \times 10^3 \cdot t} \text{ А}$$



Искомый ток в операторной форме

$$I_1(p) = \frac{\frac{E}{p}}{R_2 + \frac{\left(R_1 + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (R_3 + p \cdot L)}{R_1 + \frac{1}{p \cdot C} + R_3 + p \cdot L}} \cdot \frac{R_3 + p \cdot L}{R_1 + \frac{1}{p \cdot C} + R_3 + p \cdot L} - \frac{i_{30} \cdot L}{R_3 + p \cdot L + \frac{R_2 \cdot \left(R_1 + \frac{1}{p \cdot C}\right)}{R_2 + R_1 + \frac{1}{p \cdot C}}} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1 + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$- \frac{\frac{u_{C0}}{p}}{R_1 + \frac{1}{p \cdot C} + \frac{R_2 \cdot (R_3 + p \cdot L)}{R_2 + R_3 + p \cdot L}}$$

$$I_1(p) = \frac{\frac{E}{p} \cdot (R_3 + p \cdot L)}{R_2 \cdot \left(R_1 + \frac{1}{p \cdot C} + R_3 + p \cdot L\right) + \left(R_1 + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (R_3 + p \cdot L)} - \frac{i_{30} \cdot L \cdot R_2}{(R_3 + p \cdot L) \cdot \left(R_2 + R_1 + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R_2 \cdot \left(R_1 + \frac{1}{p \cdot C}\right)}$$

$$- \frac{\frac{u_{C0}}{p} \cdot (R_2 + R_3 + p \cdot L)}{\left(R_1 + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (R_2 + R_3 + p \cdot L) + R_2 \cdot (R_3 + p \cdot L)}$$

$$I_1(p) = \frac{\frac{E}{p} \cdot R_3 + (E - u_{C0}) \cdot L - i_{30} \cdot L \cdot R_2 - \frac{u_{C0}}{p} \cdot (R_2 + R_3)}{R_2 \cdot R_1 + R_2 \cdot R_3 + \frac{R_2}{p \cdot C} + p \cdot L \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + \frac{R_3}{p \cdot C} + p \cdot L \cdot R_1 + \frac{L}{C}}$$

$$I_1(p) = \frac{p \cdot C \cdot [(E - u_{C0}) \cdot L - i_{30} \cdot L \cdot R_2] + E \cdot R_3 \cdot C - u_{C0} \cdot (R_2 + R_3) \cdot C}{p^2 \cdot L \cdot C \cdot (R_1 + R_2) + p \cdot C \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3) + p \cdot L + R_2 + R_3}$$

Произведем обратные преобразования

$$a = L \cdot C \cdot (R_1 + R_2) = 0.03 \cdot 8.5 \cdot 10^{-6} \cdot (100 + 50) = 3.29 \times 10^{-5}$$

$$b = C \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3) + L = 8.5 \cdot 10^{-6} \cdot (100 \cdot 50 + 100 \cdot 50 + 50 \cdot 50) + 0.03 = 0.13$$

$$c = R_2 + R_3 = 100$$

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0.13^2 - 4 \cdot 3.29 \times 10^{-5} \cdot 100 = 4.28 \times 10^{-3}$$

$$p_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-0.13 - \sqrt{4.28 \times 10^{-3}}}{2 \cdot 3.29 \times 10^{-5}} = -3 \times 10^3 \text{ c}^{-1}$$

$$p_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-0.13 + \sqrt{4.28 \times 10^{-3}}}{2 \cdot 3.29 \times 10^{-5}} = -1.01 \times 10^3 \text{ c}^{-1}$$

$$a_1 = C \cdot [(E - u_{C0}) \cdot L - i_{30} \cdot L \cdot R_2] = 8.5 \cdot 10^{-6} \cdot [(100 - 70.83) \cdot 0.03 - 1.42 \cdot 0.03 \cdot 50] = -9.14 \times 10^{-6}$$

$$b_1 = E \cdot R_3 \cdot C - u_{C0} \cdot (R_2 + R_3) \cdot C = 100 \cdot 50 \cdot 8.5 \cdot 10^{-6} - 70.83 \cdot (50 + 50) \cdot 8.5 \cdot 10^{-6} = -0.02$$

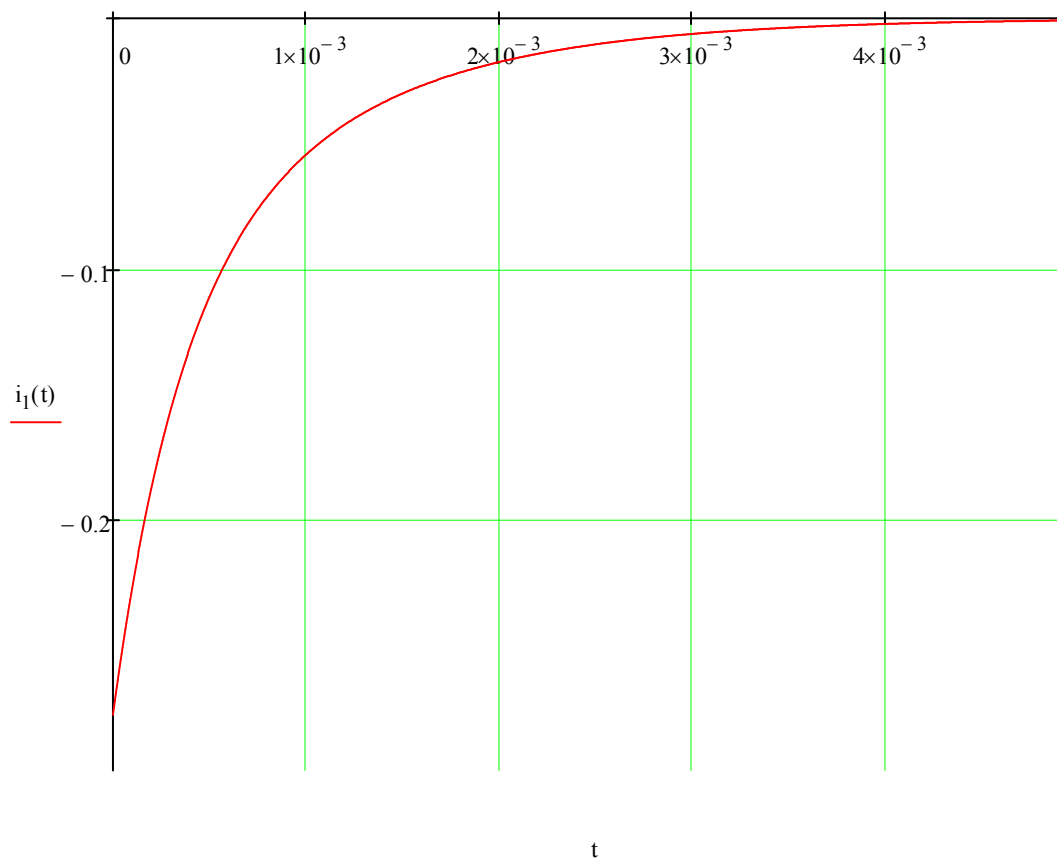
$$B_1 = \frac{a_1 \cdot p_1 + b_1}{2a \cdot p_1 + b} = \frac{-9.14 \times 10^{-6} \cdot -3 \times 10^3 + -0.02}{2 \cdot 3.29 \times 10^{-5} \cdot -3 \times 10^3 + 0.13} = -0.15 \text{ A}$$

$$B_2 = \frac{a_1 \cdot p_2 + b_1}{2a \cdot p_2 + b} = \frac{-9.14 \times 10^{-6} \cdot -1.01 \times 10^3 + -0.02}{2 \cdot 3.29 \times 10^{-5} \cdot -1.01 \times 10^3 + 0.13} = -0.13 \text{ A}$$

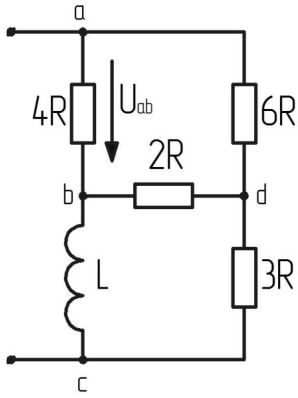
$$i_1(t) = B_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + B_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} = -0.15 \cdot e^{-3 \times 10^3 \cdot t} - 0.13 \cdot e^{-1.01 \times 10^3 \cdot t} \text{ A}$$

Результаты расчетов классическим и операторным методами совпали

График зависимости искомой величины от времени



Задача 2



$$R = 1 \text{ Ом}$$

$$L = 0.1 \text{ Гн}$$

$$C = 10^{-3} \text{ Ф}$$

$$U = 100 \text{ В}$$

Решение

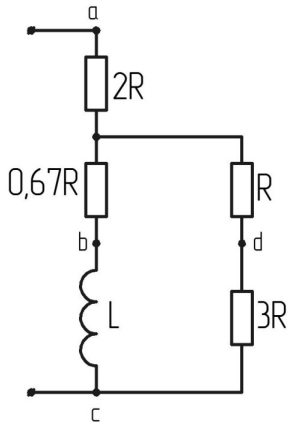
Так как ток катушки в начальный момент времени равен нулю то искомое напряжение в начальный момент времени равно

$$u_{ab0} = \frac{U}{3R + \frac{(4R + 2R) \cdot 6R}{4R + 2R + 6R}} \cdot \frac{6R}{4R + 2R + 6R} \cdot 4R = \frac{100}{3 + \frac{(4 + 2) \cdot 6}{4 + 2 + 6}} \cdot \frac{6}{4 + 2 + 6} \cdot 4 = 33.3 \text{ В}$$

Искомое напряжение в установившемся режиме

$$u_{aby} = U = 100 \text{ В}$$

Произведем эквивалентное преобразование схемы



$$\frac{4R \cdot 6R}{2R + 4R + 6R} = 2R$$

$$\frac{2R \cdot 6R}{2R + 4R + 6R} = R$$

$$\frac{4R \cdot 2R}{2R + 4R + 6R} = 0.67R$$

Характеристическое уравнение

$$Z(p) = 2R + \frac{(R + 3R) \cdot (0.67R + p \cdot L)}{R + 3R + 0.67R + p \cdot L} = 2R + \frac{4R \cdot (0.67R + p \cdot L)}{4.67R + p \cdot L} = 0$$

$$2R \cdot (4.67R + p \cdot L) + 4R \cdot (0.67R + p \cdot L) = 0$$

$$8.94 \cdot R^2 + p \cdot L \cdot R + 2.68 \cdot R^2 + p \cdot L \cdot 4R = 0$$

$$p = -\frac{11.62 \cdot R}{L} = -\frac{11.62}{0.1} = -116.2 \text{ с}^{-1}$$

Свободная составляющая искомого напряжения

$$u_{abc} = A \cdot e^{p \cdot t}$$

$$u_{abc0} = A = u_{ab0} - u_{aby}$$

$$A = u_{ab0} - u_{aby} = 33.33 - 100 = -66.67 \text{ В}$$

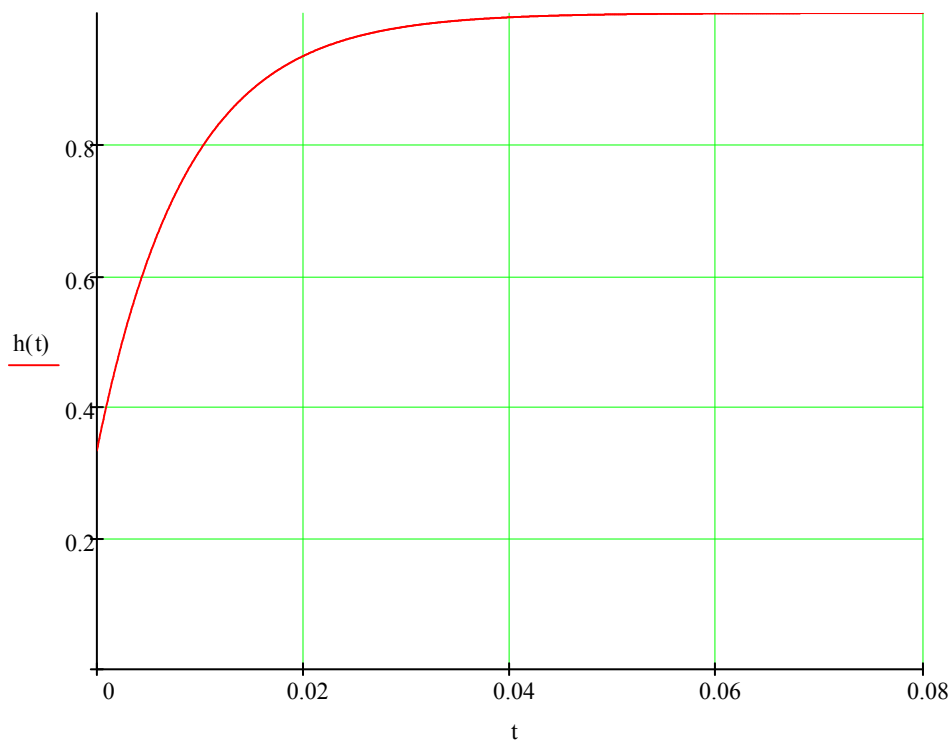
$$u_{abc}(t) = A \cdot e^{p \cdot t} = -66.67 \cdot e^{-116.2 \cdot t} \text{ В}$$

Искомое напряжение

$$u_{ab}(t) = u_{abc}(t) + u_{aby} = 100 - 66.67 \cdot e^{-116.2 \cdot t} \text{ В}$$

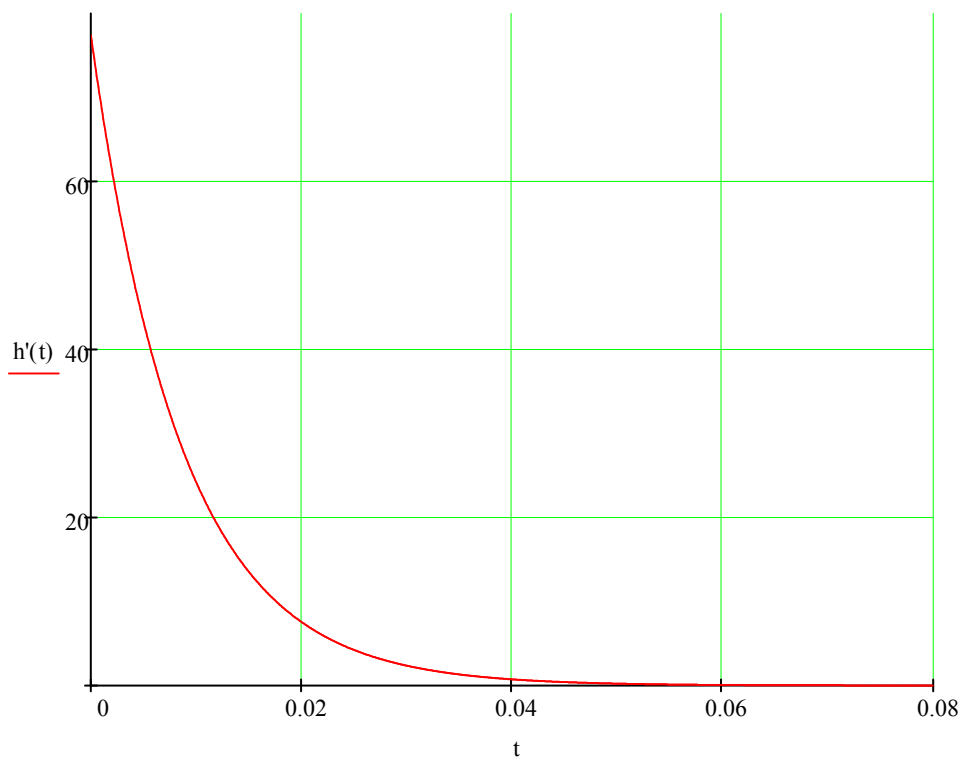
Переходная характеристика цепи для искомого напряжения

$$h(t) = \frac{u_{ab}(t)}{U} = 1 - 0.67 \cdot e^{-116.2 \cdot t}$$



Импульсная характеристика

$$h'(t) = \frac{d}{dt} h(t) = 77.47 \cdot e^{-116.2 \cdot t}$$



На вход цепи действует импульс прямоугольной формы. Определим заданное напряжение с использованием интеграла Дюамеля

$$t_1 = 0.05 \text{ с}$$

$$u_{ab1}(t) = u(0) \cdot h(t) + \int_0^t u'(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau$$

$$u_{ab1}(t) = U \cdot h(t) = 100 - 66.67 \cdot e^{-116.2 \cdot t} \text{ В}$$

$$u_{ab2}(t) = u_1(0) \cdot h(t) + \int_0^{t_1} u_1'(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau + (u_2(t_1) - u_1(t_1)) \cdot h(t - t_1) + \int_{t_1}^{\text{inf}} u_2'(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau$$

$$u_{ab2}(t) = U \cdot h(t) - U \cdot h(t - t_1) = 2.22 \times 10^4 \cdot e^{-116.2 \cdot t} \text{ В}$$

$$u_{ab}(t) = \begin{cases} u_{ab1}(t) & \text{if } 0 \leq t \leq t_1 \\ u_{ab2}(t) & \text{if } t \geq t_1 \end{cases}$$

График искомого напряжения

