№ 1.

Напряжённость электрического поля задаётся формулой $\vec{E}=\vec{i}\cdot A\exp(-Bx)+\vec{j}\cdot C\cos(Dy)$. Используя теорему Гаусса в дифференциальной форме, найти объёмную плотность заряда в точке $P(x_0,y_0)$. $A=1$ В/м, $B=2$ м$^{-1}$, $C=3$ В/м, $D=4$ рад/м, $x_0=2$ м, $y_0=2$ м.

<u>Дано:</u> $\vec{E}=\vec{i}\cdot A\exp(-Bx)+\vec{j}\cdot C\cos(Dy)$, $A=1$ В/м, $B=2$ м$^{-1}$, $C=3$ В/м, $D=4$ рад/м, $x_0=2$ м, $y_0=2$ м.

<u>Найти:</u> $\rho-?$

Решение:

Теорема Гаусса в дифференциальной форме имеет вид:

$$div\vec{E}=\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\rho=\varepsilon_0\left(\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}\right).$$

Найдём частные производные:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\big(A\exp(-Bx)\big)=-AB\exp(-Bx)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\big(C\cos(Dy)\big)=-CD\sin(Dy)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z}=0$$

$$\rho=-\varepsilon_0\big(AB\exp(-Bx)+CD\sin(Dy)\big).$$

В точке $P(x_0,y_0)$ тогда объёмный заряд равен:

$$\rho=-8{,}85\cdot10^{-12}\ \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н}\cdot\text{м}^2}\cdot\Big(1\ \text{В/м}\cdot2\ \text{м}^{-1}\cdot\exp\big(-2\ \text{м}^{-1}\cdot2\ \text{м}\big)+$$

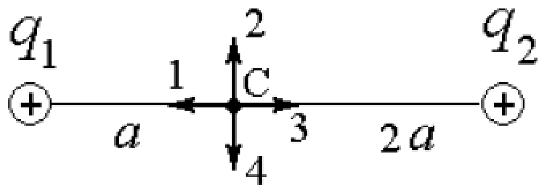
$$+3\ \text{В/м}\cdot4\ \text{рад/м}\cdot\sin\big(4\ \text{рад/м}\cdot2\ \text{м}\big)\Big)=-110\ \text{пКл}/\text{м}^3.$$

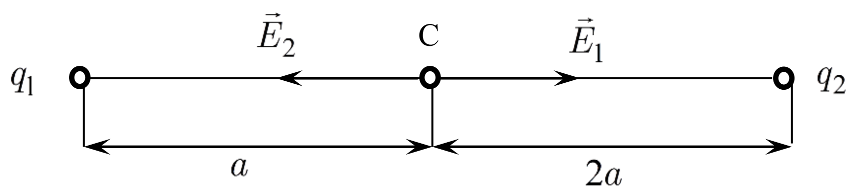
Ответ: д) $\rho=-110\ \text{пКл}/\text{м}^3$.

№ 2.

Электрическое поле создано точечными зарядами q_1 и q_2. Если $q_1 = +2q$, $q_2 = +8q$, точка С находится на расстоянии a от заряда q_1 и на расстоянии $2a$ от q_2, то вектор напряжённости поля в точке С ориентирован в направлении …

Решение:





Напряжённость в точке С равна:

$$\vec{E} = \vec{E}_2 + \vec{E}_1$$

$$E = E_2 - E_1.$$

Напряжённость электрического поля определяется по формуле:

$$E_1 = k\frac{q_1}{r_1^2} = k\frac{2q}{a^2}$$

$$E_2 = k\frac{q_2}{r_2^2} = k\frac{8q}{4a^2} = k\frac{2q}{a^2}.$$

Тогда:

$$E = \frac{2q}{a^2} - \frac{2q}{a^2} = 0.$$

Ответ: д) равен 0.

№ 3.

Точечный заряд $+q$ находится в центре сферической поверхности. Если добавить заряд $-2q$ за пределами сферы, то поток вектора напряжённости электрического поля $\vec{E}$ через поверхность сферы …

Решение:

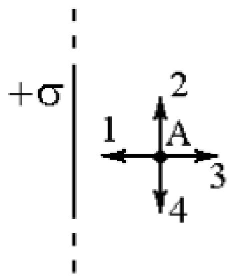
По теореме Гаусса поток вектора напряжённости через замкнутую поверхность определяется зарядом внутри этой поверхности. $\Phi_E = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ − поток вектора напряжённости электрического поля $\vec{E}$. Следовательно, поток не изменится.

Ответ: в) не изменится.

№ 4.

Поле создано бесконечной равномерно заряжённой плоскостью с поверхностной плотность заряда $+\sigma$. Укажите направление вектора напряжённости электрического поля в точке А …

Решение:



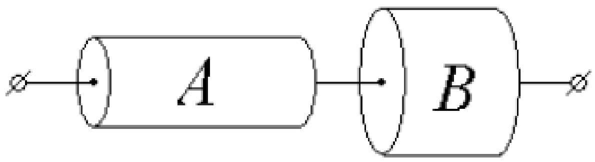
Направление вектора напряжённости электрического поля имеет направление А-3.

Ответ: в) А-3.

№ 5.

По двум однородным цилиндрам, изготовленным из одинакового материала, течёт постоянный ток. Что можно сказать о соотношении между величинами плотностей тока в цилиндре А и в цилиндре В?

Решение:



Плотность тока определяется по формуле:

$$j = \frac{I}{S},$$

где I − сила тока в проводнике, S − площадь поперечного сечения проводника.

Из рисунка видно что $S_A < S_B$, то $j_A > j_B$.

Ответ: а) $j_A > j_B$.

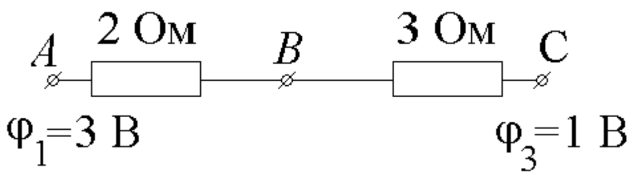
№ 6.

В некоторой замкнутой цепи существует участок, состоящий из двух резисторов, соединённых последовательно. В точках соединения резисторов А и С известны потенциалы φ_1 и φ_3 (см. рис.). На участке ВС выделяется тепловая мощность, равна …

Дано: $\varphi_1 = 3$ В, $\varphi_3 = 1$ В, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 3$ Ом.

Найти: $P_2 - ?$

Решение:



По закону Ома для участка цепи АС:

$$I = \frac{U}{R},$$

где $U = \varphi_1 - \varphi_3$, т.к. соединение последовательное, то $R = R_1 + R_2$.

Тогда получим:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{R_1 + R_2}.$$

По закону Джоуля-Ленца на участке цепи ВС тепловая мощность равна:

$$P_2 = I^2 R_2 = \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_3}{R_1 + R_2} \right)^2 R_2,$$

$$P_2 = \left(\frac{3\text{ В} - 1\text{ В}}{2\text{ Ом} + 3\text{ Ом}} \right)^2 \cdot 3\text{ Ом} = 0,48\text{ Вт}.$$

Ответ: а) $P_2 = 0,48$ Вт.

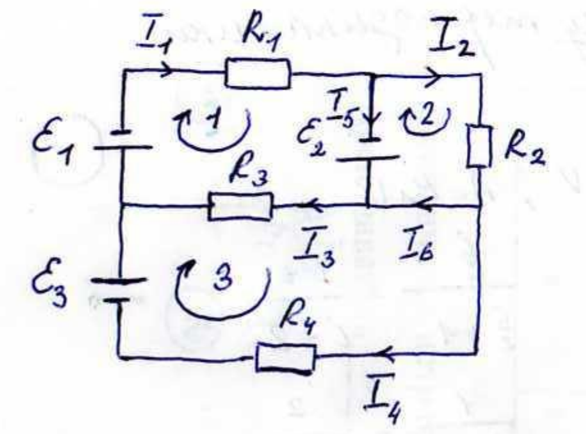
№ 7.

В электрической схеме, показанной на рисунке, $R_1 = R_4 = 10$ Ом, $\varepsilon_1 = 10$ В, $\varepsilon_2 = 5$ В, $\varepsilon_3 = 30$ В. Внутренние сопротивления источников тока равны нулю. Каково направление и сила тока, протекающего через резистор R_3, если через резистор R_4 протекает ток 1,5 А справа налево?

<u>Дано:</u> $R_1 = R_4 = 10$ Ом, $\varepsilon_1 = 10$ В, $\varepsilon_2 = 5$ В, $\varepsilon_3 = 30$ В, $I_4 = 1{,}5$ А.

<u>Найти:</u> $I_3 - ?$

Решение:



Произвольно расставляем стрелки направлений токов на участках цепи. Обход по контурам выберем по часовой стрелке.

По первому правилу Кирхгофа:

$$I_3 + I_4 - I_1 = 0$$

$$I_5 + I_6 - I_3 = 0$$

$$I_1 - I_2 - I_5 = 0.$$

По второму правилу Кирхгофа:

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$$

$$I_2 R_2 = -\varepsilon_2$$

$$-I_3 R_3 + I_4 R_4 = \varepsilon_3.$$

Получим:

$$I_3 R_3 = I_4 R_4 - \varepsilon_3$$

$$I_1R_1 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 - I_3R_3 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 - I_4R_4 + \varepsilon_3$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_3}{R_1} - I_4\frac{R_4}{R_1}$$

$$I_3 = I_1 - I_4 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_3}{R_1} - I_4\frac{R_4}{R_1} - I_4 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_3}{R_1} - I_4\left(\frac{R_4}{R_1} + 1\right),$$

$$I_3 = \frac{5\text{ В} - 10\text{ В} + 30\text{ В}}{10\text{ Ом}} - 1{,}5\text{ А}\cdot\left(\frac{10\text{ Ом}}{10\text{ Ом}} + 1\right) = -0{,}5\text{ А}.$$

Знак минус показывает, что направление стрелки тока должен быть направлен в противоположную сторону. Стрелка тока I_3 направлена слева направо.

Ответ: а) $I_3 = 0{,}5\text{ А}$; слева направо.

№ 8.

По проводу сопротивлением R_1 течёт переменный электрический ток. Сила тока изменяется по закону $I = At^2$. Чему равно количество теплоты, выделившейся в проводе за время t_1?

<u>Дано:</u> $I = At^2$, $A = 4\ \text{А}/\text{с}^2$, $R_1 = 5\ \text{Ом}$, $t_1 = 1\ \text{с}$.

<u>Найти:</u> $Q - ?$

Решение:

По закону Джоуля-Ленца количество теплоты, выделившейся в проводе, определяется по формуле:

$$Q = \int I^2 R dt$$

$$Q = \int_0^{t_1} I^2 R dt = \int_0^{t_1} \left(At^2\right)^2 R dt = A^2 R \int_0^{t_1} t^4 dt = \left.\frac{A^2 R t^5}{5}\right|_0^{t_1} = \frac{A^2 R t_1^5}{5},$$

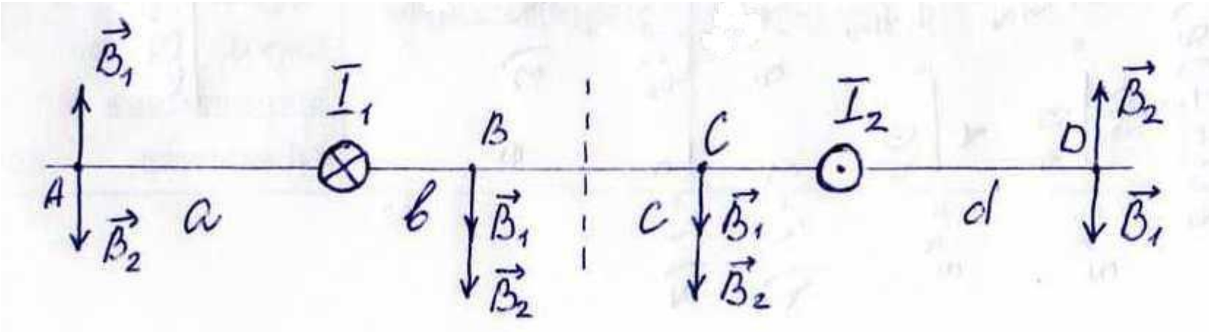
$$Q = \frac{\left(4\ \text{А}/\text{с}^2\right)^2 \cdot 5\ \text{Ом} \cdot (1\ \text{с})^5}{5} = 16\ \text{Дж}.$$

Ответ: г) $Q = 16\ \text{Дж}$.

№ 9.

На рисунке изображены сечения двух прямолинейных длинных параллельных проводников с противоположно направленными токами, причём $I_1 = 2I_2$. Индукция $\vec{B}$ магнитного поля равна нулю в некоторой точке участка …

Решение:



Для того чтобы вектор магнитной индукции равен нулю, нужно чтобы вектора индукций от 1-го и 2-го проводов были направлены в противоположные стороны и равны по модулю.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0$$

$$B_1 = B_2.$$

Индукция магнитного поля прямого бесконечного проводника определяется по формуле:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} \Rightarrow \frac{2I_2}{r_1} = \frac{I_2}{r_2} \Rightarrow r_1 = 2r_2.$$

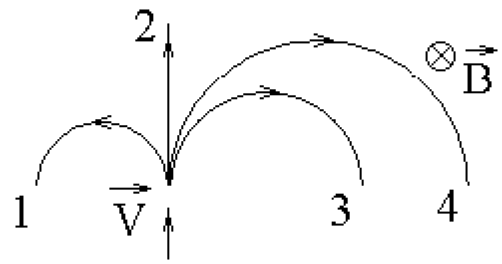
Следовательно, этим условиям соответствует, что вектор $\vec{B} = 0$ в некоторой точке интервала d.

Ответ: 4) d.

№ 10.

На рисунке указаны траектории заряженных частиц, имеющих одинаковую скорость и влетающих в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости чертежа. При этом заряды для частиц 1 и 4 …

Решение:



Сила Лоренца равна $F_л = q\left[\vec{v},\vec{B}\right]$. Используя определение направления векторного произведения, с учётом указанных на рисунке направлений векторов скорости и индукции магнитного поля заряд частицы 1 должен быть положительным $q_1 > 0$, а заряд частицы 4 – отрицательный $q_4 < 0$.

Следовательно, $q_1 > q_4$.

Ответ: а) $q_1 > q_4$.