

506. На стеклянную пластину нанесен тонкий слой прозрачного вещества с показателем преломления 1,3. Пластика освещена параллельным пучком монохроматического света с длиной волны 640 нм, падающим на пластинку нормально. Какую наименьшую толщину должен иметь слой, чтобы отраженный пучок имел наименьшую яркость?

Дано:

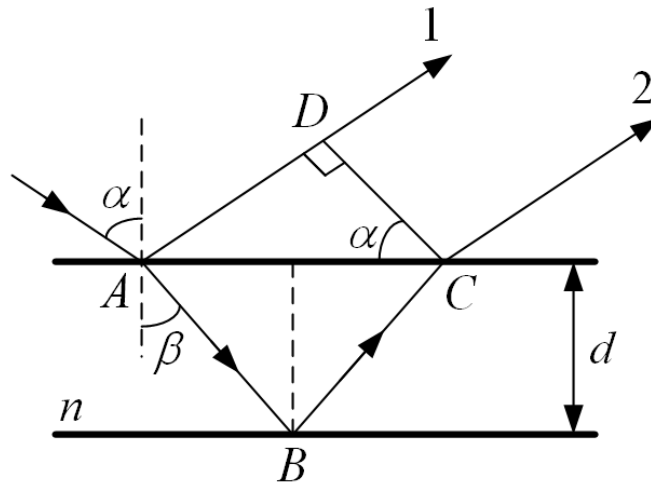
$$\alpha = 0^\circ$$

$$\lambda = 6,4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$n = 1,3$$

$$d_{\min} - ?$$

Решение.



Минимум отражения наблюдается, когда световые волны, отраженные от обеих поверхностей пластинки ослабляют друг друга.

Условие минимума интерференции имеет вид: $\Delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$, где $k = 0, 1, 2, \dots$

Пучок 1 отражается от оптически более плотной среды фаза колебаний электромагнитного поля изменяется на противоположную, т.е. возникает такое изменение фазы, как при прохождении пути $\frac{\lambda}{2}$. То же самое происходит с пучком 2. Значит, нет потери половины длины волны.

Оптическая разность хода для пучков 1 и 2 равна: $\Delta = n(AB + BC) - AD$.

Из рисунка видно, что $AB = BC = \frac{d}{\cos \beta}$, $AD = AC \sin \alpha$, $AC = 2d \operatorname{tg} \beta$.

Значит, $AD = 2d \sin \alpha \operatorname{tg} \beta$.

Тогда, $\Delta = \frac{2dn}{\cos \beta} - 2d \sin \alpha \operatorname{tg} \beta$.

Значит, $(2k + 1) \frac{\lambda}{2} = \frac{2dn}{\cos \beta} - 2d \sin \alpha \operatorname{tg} \beta \Rightarrow (2k + 1) \frac{\lambda}{2} = 2d \left(\frac{n}{\cos \beta} - \sin \alpha \operatorname{tg} \beta \right)$.

По закону преломления имеем: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \Rightarrow \sin \alpha = n \sin \beta$.

Значит, $(2k + 1) \frac{\lambda}{2} = 2d \left(\frac{n}{\cos \beta} - \frac{n \sin^2 \beta}{\cos \beta} \right) \Rightarrow (2k + 1) \frac{\lambda}{2} = 2dn \left(\frac{1 - \sin^2 \beta}{\cos \beta} \right)$.

Из тригонометрии известно, что $\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$.

Значит, $(2k + 1) \frac{\lambda}{2} = 2dn \left(\frac{1 - \sin^2 \beta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} \right) \Rightarrow (2k + 1) \frac{\lambda}{2} = 2dn \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$.

Значит,

$$(2k+1)\frac{\lambda}{2} = 2dn\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} \Rightarrow (2k+1)\frac{\lambda}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \Rightarrow d = \frac{(2k+1)\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}.$$

При $k = 0$ толщина пленки минимальная: $d_{\min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}.$

Так как $\alpha = 0^\circ$, то имеем: $d_{\min} = \frac{\lambda}{4n}.$

Получаем, $d_{\min} = \frac{6,4 \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 1,3} = 1,23 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$

Ответ. $d_{\min} = 1,23 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$

516. На непрозрачную пластину с узкой щелью падает нормально плоская монохроматическая световая волна (600 нм). Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному максимуму, 20° . Определить ширину щели.

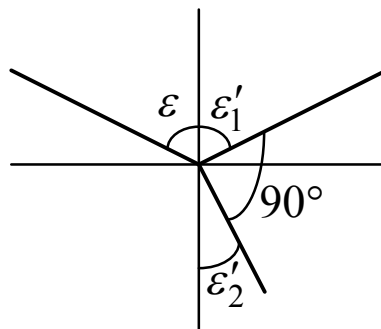
Дано:	Решение. Условие максимумов для щели имеет вид:
$\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	$a \sin \varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, где $k = 1, 2, 3, \dots$
$\varphi = 20^\circ$	
$k = 2$	
$a - ?$	Значит, $a = \frac{(2k+1)\lambda}{2 \sin \varphi}.$

Получаем, $a = \frac{(2 \cdot 2 + 1) \cdot 6 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot \sin 20^\circ} = 4,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$

Ответ. $a = 4,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$

526. Угол падения луча на поверхность стекла равен 60° . При этом отраженный пучок света оказался максимально поляризованным. Определить угол преломления луча.

Дано:	Решение.
$\varepsilon = 60^\circ$	
$\varepsilon'_2 - ?$	



Так как отраженный луч максимально поляризован, то угол между отраженным и преломленным лучами равен 90° .

Угол падения равен углу отражения $\varepsilon = \varepsilon'_1$.

Из рисунка видно, что $\varepsilon'_2 = 180^\circ - 90^\circ - \varepsilon$.

Получаем, $\varepsilon'_2 = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

Ответ. $\varepsilon'_2 = 30^\circ$.

536. Протон имеет импульс 469 МэВ/с. Какую кинетическую энергию необходимо дополнительно сообщить протону, чтобы его релятивистский импульс возрос вдвое?

Дано:

$$p_1 = 469 \frac{\text{МэВ}}{c} =$$

$$= 2,5 \cdot 10^{-19} \frac{\text{КэВ} \cdot \text{м}}{c}$$

$$\frac{p_2 = 2p_1}{\Delta T - ?}$$

Решение. Релятивистский импульс равен: $p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + T)T}$,

где $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ - скорость света, $E_0 = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}$ - энергия покоя протона.

Имеем, изменение импульса: $\Delta p = p_2 - p_1 = 2p_1 - p_1 = p_1$.

Тогда, $\Delta p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + \Delta T)\Delta T}$.

Тогда, $\Delta T^2 + 2E_0\Delta T - (\Delta pc)^2 = 0$. Значит, $\Delta T^2 + 2E_0\Delta T - (p_1c)^2 = 0$.

Подставляем числовые значения: $\Delta T^2 + 2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-10} \Delta T - (2,5 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^8)^2 = 0$.

Тогда, $\Delta T^2 + 3 \cdot 10^{-10} \Delta T - 5,625 \cdot 10^{-21} = 0$

Решая квадратное уравнение получаем: $\Delta T = 1,77 \cdot 10^{-11} \text{ Дж} = 110,7 \text{ МэВ}$.

Второе значение $\Delta T = -3,18 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}$ - не устраивает.

Ответ. $\Delta T = 110,7 \text{ МэВ}$.

546. Поток излучения абсолютно черного тела 10 кВт. Максимум энергии излучения приходится на длину волны 0,8 мкм. Определить площадь излучающей поверхности.

Дано:

$$\Phi_e = 10^4 \text{ Вт}$$

$$\frac{\lambda_m = 8 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{S - ?}$$

Решение. Энергетическая светимость равна: $R_{\text{э}} = \frac{\Phi_e}{S}$.

С другой стороны $R_{\text{э}} = \sigma T^4$, где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ - постоянная Стефана-Больцмана.

По первому закону Вина: $\lambda_m T = b_1 \Rightarrow T = \frac{b_1}{\lambda_m}$, где $b_1 = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ - постоянная

закона смещения Вина. Тогда, $R_{\text{э}} = \sigma \left(\frac{b_1}{\lambda_m} \right)^4$. Значит, $\frac{\Phi_e}{S} = \sigma \left(\frac{b_1}{\lambda_m} \right)^4 \Rightarrow S = \frac{\Phi_e}{\sigma \left(\frac{b_1}{\lambda_m} \right)^4}$.

Получаем, $S = \frac{10^4}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^{-7}} \right)^4} = 10^{-3} \text{ м}^2$.

Ответ. $S = 10^{-3} \text{ м}^2$.

556. На металлическую пластину направлен пучок ультрафиолетового излучения (0,25 мкм). Фототок прекращается при минимальной задерживающей разности потенциалов 0,96 В. Определить работу выхода электронов из металла.

Дано:

$$\lambda = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$U_{\min} = 0,96 \text{ В}$$

$$A - ?$$

Решение. По уравнению Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + eU_{\min}, \text{ где } h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} - \text{постоянная Планка,}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} - \text{скорость света, } e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} - \text{заряд электрона.}$$

$$\text{Значит, работа выхода равна: } A = \frac{hc}{\lambda} - eU_{\min}.$$

$$\text{Получаем, } A = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,5 \cdot 10^{-7}} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,96 = 6,416 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 4,01 \text{ эВ}.$$

Ответ. $A = 4,01 \text{ эВ}$.

566. Фотон с энергией 0,51 МэВ был рассеян при эффекте Комптона на свободном электроне на угол 180° . Определить кинетическую энергию электрона отдачи.

Дано:

$$\varepsilon = 0,51 \text{ МэВ} =$$

$$= 8,16 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}$$

$$\theta = 180^\circ$$

$$T - ?$$

Решение. Кинетическая энергия электрона отдачи: $T = \varepsilon - \varepsilon'$, где ε' - энергия рассеянного фотона.

По формуле Комптона $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_C(1 - \cos\theta)$, λ' - длина волны рассеянного фотона, $\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ длина волны Комптона.

Так как $\theta = 180^\circ$, то $\cos\theta = -1$, значит $\lambda' - \lambda = 2\lambda_C$.

Энергии равны $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$, $\varepsilon' = \frac{hc}{\lambda'}$, где $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ - постоянная Планка,

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ - скорость света. Значит, $\lambda = \frac{hc}{\varepsilon}$, $\lambda' = \frac{hc}{\varepsilon'}$.

$$\text{Тогда, } \frac{hc}{\varepsilon'} - \frac{hc}{\varepsilon} = 2\lambda_C, \quad hc\varepsilon - hc\varepsilon' = 2\lambda_C\varepsilon\varepsilon' \Rightarrow \varepsilon' = \frac{hc\varepsilon}{2\lambda_C\varepsilon + hc}.$$

$$\text{Значит, } T = \varepsilon - \frac{hc\varepsilon}{2\lambda_C\varepsilon + hc} = \frac{2\lambda_C\varepsilon^2 + hc\varepsilon - hc\varepsilon}{2\lambda_C\varepsilon + hc} = \frac{2\lambda_C\varepsilon^2}{2\lambda_C\varepsilon + hc}.$$

Получаем,

$$T = \frac{2 \cdot 2,43 \cdot 10^{-12} \cdot (8,16 \cdot 10^{-14})^2}{2 \cdot 2,43 \cdot 10^{-12} \cdot 8,16 \cdot 10^{-14} + 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 5,43 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 0,34 \text{ МэВ}.$$

Ответ. $T = 0,34 \text{ МэВ}$.

576. На зеркальную поверхность под углом 60° к нормали падает пучок монохроматического света (590 нм). Плотность потока энергии светового пучка 1 кВт/м^2 . Определить давление, производимое светом на зеркальную поверхность.

Дано:

$$\rho = 1$$

$$\varphi = 60^\circ$$

$$\lambda = 5,9 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$I = 10^3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

$$P = ?$$

Решение.

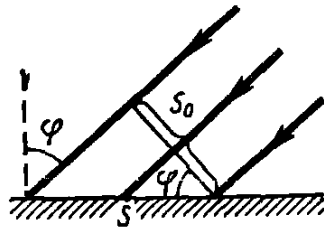


Рис 1

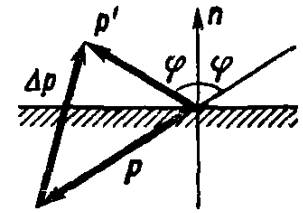


Рис 2

Если бы свет падал на зеркало нормально ($\varphi = 0$), световое давление равно:

$$P_0 = \frac{I}{c}(1 + \rho), \text{ где } c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} - \text{ скорость света.}$$

Применим к поверхности второй закон Ньютона: $P = \frac{F_n}{S} = \frac{F_n \Delta t}{S \Delta t} = \frac{(\Delta m v)_n}{S \Delta t}$, где

$(\Delta m v)_n$ - проекция импульса, сообщенного фотонами за время Δt поверхности, на направление нормали к нему; S - площадь освещенной поверхности.

По закону сохранения импульса: $P = \frac{(\Delta p)_n}{S \Delta t}$.

Величины S , $(\Delta p)_n$ зависят от угла падения φ .

Из рис.1 видно, что $S = \frac{S_0}{\cos \varphi}$, где S_0 - площадь поперечного сечения светового пучка.

На рис.2 изображены суммарные импульсы фотонов, падающих на поверхность и отраженных от нее: $\Delta \vec{p} = \vec{p}' - \vec{p}$.

Отсюда, в проекции на направление нормали имеем:

$$(\Delta p)_n = p'_n - p_n = p' \cos \varphi + p \cos \varphi = (p' + p) \cos \varphi.$$

Значит, давление равно: $P = \frac{(p' + p) \cos^2 \varphi}{S_0 \Delta t}$.

Так как $P = P_0$ при $\varphi = 0$, то имеем: $P = \frac{I(1 + \rho) \cos^2 \varphi}{c}$.

Получаем, $P = \frac{10^3 \cdot (1 + 1) \cdot \cos^2 60^\circ}{3 \cdot 10^8} = 1,67 \cdot 10^{-6} \text{ Па}$.

Ответ. $P = 1,67 \cdot 10^{-6} \text{ Па}$.

606. На сколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны 435 нм?

Дано:

$$\lambda = 4,35 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$\Delta E - ?$

Решение. Изменение кинетической энергии равно энергии излученного кванта.

Тогда, $\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$, где $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ - постоянная Планка,

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ - скорость света.

$$\text{Получаем, } \Delta E = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,35 \cdot 10^{-7}} = 4,576 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2,86 \text{ эВ}.$$

Ответ. $\Delta E = 2,86 \text{ эВ}$.

616. Из катодной трубки на диафрагму с узкой прямоугольной щелью нормально к плоскости диафрагмы направлен поток моноэнергетических электронов. Определить анодное напряжение, трубки, если известно, что на экране, отстоящем от щели на расстоянии 0,5 м, ширина центрального дифракционного максимума 10 мкм. Ширину щели принять равной 0,1 мм.

Дано:

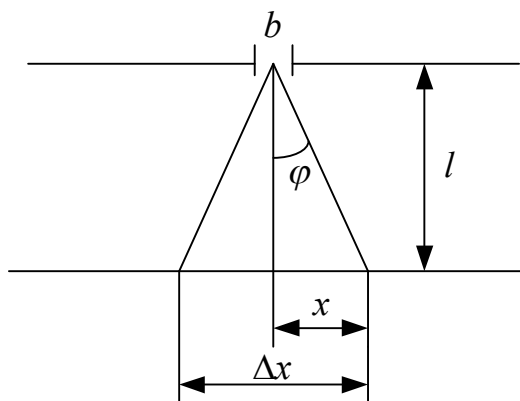
$$l = 0,5 \text{ м}$$

$$\Delta x = 10^{-5} \text{ м}$$

$$b = 10^{-4} \text{ м}$$

$U - ?$

Решение.



Для дифракционного максимума на щели имеем: $b \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$.

При $k = 1$: $b \sin \varphi = \frac{3\lambda}{2} \Rightarrow \sin \varphi = \frac{3\lambda}{2b}$. Так как φ мал, то $\sin \varphi \approx \varphi = \frac{3\lambda}{2b}$.

Из рисунка видно, что $\text{tg} \varphi = \frac{x}{l}$. Так как $x = \frac{\Delta x}{2}$, то $\text{tg} \varphi \approx \varphi = \frac{\Delta x}{2l}$.

Значит, $\frac{3\lambda}{2b} = \frac{\Delta x}{2l} \Rightarrow \lambda = \frac{\Delta x b}{3l}$.

Длина волны равна: $\lambda = \frac{h}{p}$, где $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ - постоянная Планка.

Значит, импульс равен: $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{3hl}{\Delta x b}$.

Энергия равна: $W = \frac{p^2}{2m}$, где $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ - масса электрона.

Значит, $W = \frac{9h^2 l^2}{2m (\Delta x)^2 b^2}$.

Анодное напряжение равно: $U = \frac{W}{e} = \frac{9h^2 l^2}{2m(\Delta x)^2 b^2 e}$, где $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл - заряд электрона.

$$\text{Получаем, } U = \frac{9 \cdot (6,63 \cdot 10^{-34})^2 \cdot (0,5)^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^{-5})^2 \cdot (10^{-4})^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 6,793 \text{ В.}$$

Ответ. $U = 6,793 \text{ В.}$

626. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии составляет 10^{-8} с. При переходе атома в нормальное состояние испускается фотон, средняя длина волны которого равна 600 нм. Оценить ширину излучаемой спектральной линии, если не происходит ее уширения за счет других процессов.

Дано:
 $\Delta t = 10^{-8} \text{ с}$
 $\langle \lambda \rangle = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$
 $\Delta \lambda - ?$

Решение. Энергия, испускаемого атомом излучения E связана с длиной волны λ соотношением: $E = \hbar \omega = \frac{2\pi \hbar c}{\langle \lambda \rangle}$, где

$\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ - постоянная Планка деленная на 2π ,
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ - скорость света. Тогда, $\Delta E = \frac{2\pi \hbar c}{\langle \lambda \rangle^2} \Delta \lambda$.

По соотношению Гейзенберга $\Delta E \Delta t \geq \hbar \Rightarrow \Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t}$, где $\Delta t = t$.

$$\text{Тогда, } \frac{\hbar}{t} = \frac{2\pi \hbar c}{\langle \lambda \rangle^2} \Delta \lambda \Rightarrow \Delta \lambda = \frac{\langle \lambda \rangle^2}{2\pi c t}$$

$$\text{Получаем, } \Delta \lambda = \frac{(6 \cdot 10^{-7})^2}{2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-8}} = 1,91 \cdot 10^{-14} \text{ м.}$$

Ответ. $\Delta \lambda = 1,91 \cdot 10^{-14} \text{ м.}$

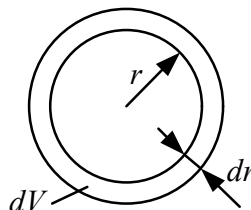
636. Волновая функция, описывающая движение электрона в основном состоянии атома водорода, имеет вид $\psi(r) = Ae^{-r/a_0}$, где A - некоторая постоянная; a_0 - первый Боровский радиус. Найти для основного состояния атома водорода наиболее вероятное расстояние электрона от ядра.

Дано:

$$\psi = Ae^{-r/a_0}$$

$r_e - ?$

Решение.



Вероятность нахождения электрона в элементе объема $dW = |\psi(r)|^2 dV$, где $dV = 4\pi r^2 dr$ - элемент объема, отвечающий одинаковой плотности вероятности - сферический слой радиусом r и толщиной dr . Значит, $dW = 4\pi A^2 r^2 e^{-\frac{2r}{a_0}} dr$.

Тогда, вероятность обнаружить частицу равна: $w = \frac{dW}{dr} = 4\pi A^2 r^2 e^{-\frac{2r}{a_0}}$.

Взяв производную и приравняв к нулю мы определим наиболее вероятное расстояние:

$$\frac{dw}{dr} = 8\pi A^2 r e^{-\frac{2r}{a_0}} + 4\pi A^2 r^2 e^{-\frac{2r}{a_0}} \left(-\frac{r}{a_0} \right),$$

$$8\pi A^2 r e^{-\frac{2r}{a_0}} + 4\pi A^2 r^2 e^{-\frac{2r}{a_0}} \left(-\frac{r}{a_0} \right) = 0.$$

$$\text{Значит, } 8\pi A^2 r e^{-\frac{2r}{a_0}} \left(1 - \frac{r}{a_0} \right) = 0 \Rightarrow r_g = a_0.$$

Ответ. $r_g = a_0$.

646. Счетчик α -частиц, установленный вблизи радиоактивного изотопа, при первом измерении регистрировал 1400 частиц в минуту, а через время 4 ч — только 400. Определить период полураспада изотопа.

Дано:

$$N_1 = 1400$$

$$N_2 = 400$$

$$t = 4 \text{ часа}$$

$$T_{1/2} = ?$$

Решение. По закону радиоактивного распада имеем: $N_2 = N_1 e^{-\lambda t}$.

Значит, $\ln\left(\frac{N_1}{N_2}\right) = \lambda t$, где $\lambda = \frac{0,693}{T_{1/2}}$ — постоянная радиоактивного распада.

$$\text{Значит, } \ln\left(\frac{N_1}{N_2}\right) = \frac{0,693t}{T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{0,693t}{\ln\left(\frac{N_1}{N_2}\right)}.$$

Вычисления проводим в часах.

$$\text{Получаем, } T_{1/2} = \frac{0,693 \cdot 4}{\ln\left(\frac{1400}{400}\right)} = 2,21 \text{ часа}.$$

Ответ. $T_{1/2} = 2,21 \text{ часа}$.

656. Считая, что в одном акте деления ядра урана ^{235}U освобождается энергия 200 МэВ, определить массу этого изотопа, подвергшегося делению при взрыве атомной бомбы с тротиловым эквивалентом $30 \cdot 10^6$ кг, если тепловой эквивалент тротила равен 4,19 МДж/кг.

Дано:

$$Q = 200 \text{ МэВ} =$$

$$= 3,2 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}$$

$$m_T = 3 \cdot 10^7 \text{ кг}$$

$$q = 4,19 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

$$m_U = ?$$

Решение. Энергия взрыва в тротиловом эквиваленте равна: $E = m_T q$.

$$\text{Количество ядер урана равно: } N = \frac{E}{Q} = \frac{m_T q}{Q}.$$

Количество вещества урана определяется по формуле:

$$\nu = \frac{m_U}{\mu} = \frac{N}{N_A}, \text{ где } \mu = 0,235 \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \text{ — молярная масса урана,}$$

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \text{ — число Авогадро.}$$

Значит, $m_U = \frac{m_T q \mu}{Q N_A}$.

Получаем, $m_U = \frac{3 \cdot 10^7 \cdot 4,19 \cdot 10^6 \cdot 0,235}{3,2 \cdot 10^{-11} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = 1,53 \text{ кг}$.

Ответ. $m_U = 1,53 \text{ кг}$.

666. Найти отношение средней энергии линейного одномерного осциллятора, вычисленной по квантовой теории, к энергии такого же осциллятора, вычисленной по классической теории. Вычисление произвести для двух температур: 1) $T = 0,1\theta_E$; 2) $T = \theta_E$, где θ_E — характеристическая температура Эйнштейна.

Дано:

1) $T = 0,1\theta_E$

2) $T = \theta_E$

1) $\frac{\langle \varepsilon_{кв} \rangle}{\langle \varepsilon_{кл} \rangle} - ?$

2) $\frac{\langle \varepsilon_{кв} \rangle}{\langle \varepsilon_{кл} \rangle} - ?$

Решение. Средняя энергия одномерного осциллятора в классической теории равна: $\langle \varepsilon_{кл} \rangle = \frac{kT}{2}$, где k - постоянная Больцмана.

Средняя энергия одномерного осциллятора в квантовой теории равна:

$$\langle \varepsilon_{кв} \rangle = \frac{\hbar\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1}, \text{ где } k - \text{ постоянная Больцмана, } \hbar - \text{ постоянная}$$

Планка.

Так как характеристическая температура Эйнштейна равна $\theta_E = \frac{\hbar\omega}{k}$, то

$$\langle \varepsilon_{кв} \rangle = \frac{k\theta_E}{\exp\left(\frac{\theta_E}{T}\right) - 1}. \text{ Значит, } \frac{\langle \varepsilon_{кв} \rangle}{\langle \varepsilon_{кл} \rangle} = \frac{2k\theta_E}{\left(\exp\left(\frac{\theta_E}{T}\right) - 1\right)kT} = \frac{2\theta_E}{\left(\exp\left(\frac{\theta_E}{T}\right) - 1\right)T}.$$

Тогда, при 1) $T = 0,1\theta_E$: $\frac{\langle \varepsilon_{кв} \rangle}{\langle \varepsilon_{кл} \rangle} = \frac{2\theta_E}{\left(\exp\left(\frac{\theta_E}{0,1\theta_E}\right) - 1\right) \cdot 0,1\theta_E} = 9,36 \cdot 10^{-4}$.

При 2) $T = \theta_E$: $\frac{\langle \varepsilon_{кв} \rangle}{\langle \varepsilon_{кл} \rangle} = \frac{2\theta_E}{\left(\exp\left(\frac{\theta_E}{\theta_E}\right) - 1\right) \cdot \theta_E} = 1,17$.

Ответ. При 1) $T = 0,1\theta_E$: $\frac{\langle \varepsilon_{кв} \rangle}{\langle \varepsilon_{кл} \rangle} = 9,36 \cdot 10^{-4}$, 2) $T = \theta_E$: $\frac{\langle \varepsilon_{кв} \rangle}{\langle \varepsilon_{кл} \rangle} = 1,17$.

676. Сопротивление р-п-перехода, находящегося под прямым напряжением 1 В, равно 10 Ом. Определить сопротивление перехода при обратном напряжении.

Дано:

$U = 1 \text{ В}$

$R_1 = 10 \text{ Ом}$

$R_2 - ?$

Решение. Сопротивление равно: $R = \frac{\varphi_T}{I + I_0}$, где $\varphi_T = \frac{kT}{e}$ -

температурный потенциал, I_0 - обратный ток насыщения,

$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ - постоянная Больцмана, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ -

заряд электрона, $T = 273 \text{ К}$ - температура.

Для прямого смещения имеем: $R_1 = \frac{\varphi_T}{I + I_0}$, где $I = I_0 \left(e^{\frac{U}{\varphi_T}} - 1 \right)$ - вольт-амперная

характеристика р-п перехода. Тогда, $R_1 = \frac{\varphi_T}{I_0 \left(e^{\frac{Ue}{kT}} - 1 \right) + I_0}$.

При обратном смещении имеем: $R_2 = \frac{\varphi_T}{I_0}$.

Значит, $R_2 = \left(\left(e^{\frac{Ue}{kT}} - 1 \right) + 1 \right) R_1 \Rightarrow R_2 = R_1 e^{\frac{Ue}{kT}}$

Получаем, $R_2 = 10 \cdot e^{\frac{11,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273}} = 2,44 \cdot 10^{19} \text{ Ом}$.

Ответ. $R_2 = 2,44 \cdot 10^{19} \text{ Ом}$.